

SCIENTIFIC PAPERS  
OF THE UNIVERSITY OF PARDUBICE

Series B

The Jan Perner Transport Faculty

2 (1996)

## OPTIMALIZACE VOZIDLOVÉHO A STROJNÍHO PARKU

Jan ČERNÝ

Katedra dopravního managementu, marketingu a logistiky

### 1. Úvod

Mezi rozhodovacími procesy, dotýkajícími se optimalizace systémů kombinované dopravy, není možno obejít ani stanovení optimální skladby strojního (včetně vozidlového) parku systému. Skladbou zde rozumíme hlavně skladbu druhovou, tj. to, kolik strojů kterého druhu má nejlepší předpoklady zvládnout činnosti, jež jsou prognózovány pro následující plánovací období. Jako další aspekty možno uvést skladbu věkovou a skladbu vlastnických vztahů.

V rámci řešení grantového projektu GAČR č. 103/94/1394 byl navržen matematický model, jehož možné použití je širší, než jenom v rámci kombinované dopravy. Lze jej například aplikovat v jiných dopravních, resp. logistických systémech a možná i jinde.

U problému optimalizace druhové struktury parku si stanovíme množinu různých typů strojů a zařízení, která se v něm mohou používat - např. pro některý podsystém kombinované dopravy jde o různé typy železničních vagonů (vozů), prázdných přepravních jednotek (kontejnerů, návěsů, pokud nebudou patřit přepravním, ale provozovateli podsystému) a manipulačních zařízení (např. jeřábů, nakladačů apod.). Řešit problém optimalizace druhové skladby strojního parku potom znamená pro dané druhy a rozsahy prognózovaných prací a pro dané typy strojního vybavení potřebné počty jednotlivých typů strojů a zařízení tak, aby se

splnily omezující podmínky na kapacitní dostatečnost parku a minimalizovala se hodnota kriteriální funkce, vyjadřující součet fixních a variabilních nákladů na realizaci požadovaných prací.

Matematickým modelem pro řešení tohoto problému je úloha lineárního programování.

Kromě výše uvedeného "základního" problému možno stručně vyjmenovat některé další, s ním související:

V problému optimalizace věkové skladby parku jde o typický problém operačního výzkumu.

V problému optimalizace vlastnických vztahů k parku jde o ekonomickou analýzu toho, zda nový stroj nabýt koupí, leasingem nebo nájmem, nebo případně zadat některé výkony externímu dodavateli. Řešení tohoto problému však přesahuje rámec tohoto příspěvku.

## 2. Druhá optimalizace strojního parku

Poměrně obecná formulace tohoto problému je následující: Mějme  $n$  typů strojů, přičemž pro uvažované období  $T$  (např. 1 rok) můžeme pro jeden stroj  $j$ -tého typu počítat s fixními náklady  $f_j$ . Mějme dále  $m$  druhů prací pro tento strojový park, přičemž pro každý druh práce máme dáno „jednotkové množství práce“, dále máme cenu  $c_{ij}$ , vyjadřující cenu (resp. náklady), kterou nás stojí provedení jednotkového množství práce  $i$ -tého druhu na stroji  $j$ -tého typu (když se práce  $i$ -tého druhu nedá provádět na stroji  $j$ -tého typu, klademe  $c_{ij} = \infty$ ), dobu  $t_{ij}$ , kterou trvá provedení jednotkového množství práce  $i$ -tého druhu na stroji  $j$ -tého typu (když se práce  $i$ -tého druhu nedá provádět na stroji  $j$ -tého typu, klademe  $t_{ij} = \infty$ ) a posléze množství  $p_i$  jednotek  $i$ -té práce (resp. jeho odhad), které se má provést za uvažované období. Úlohou je najít nezáporná celá čísla  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , vyjadřující potřebný počet strojů  $j$ -tého typu a nezáporná čísla  $y_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, n$ , znamenající množství práce  $i$ -tého druhu na stroji  $j$ -tého typu, splňující tyto omezující podmínky:

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} = p_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m t_{ij} \cdot y_{ij} \leq T \cdot x_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

a minimalizující hodnotu účelové funkce

$$\sum_{j=1}^n f_j \cdot x_j + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij} \cdot y_{ij} \quad (3)$$

Vidíme, že je to smíšená úloha lineárního programování, pro jejíž řešení lze na trhu optimalizačního software získat příslušný program, například program CPLEX, uváděný v [Bi].

Poznamenáváme, že podmínka (1) vyjadřuje požadavek provedení všech prací, (2) požadavek kapacitní dostatečnosti všech typů strojů a účelová funkce (3) vyjadřuje celkové fixní a variabilní náklady.

Tento model možno obměnit pro případ, že máme předem dán strojní park a úlohou je najít jen jeho optimální doplnění. Jinými slovy mezi danými veličinami máme ještě čísla  $k_j$ , vyjadřující stávající počet strojů  $j$ -tého typu a mezi podmínky přibude

$$k_j < x_j, j = 1, \dots, n . \quad (2a)$$

### 3. Optimalizace věkové skladby strojního parku

Tento problém většinou není možno řešit izolovaně od předešlého. Ba naopak, považujeme-li nový stroj, byť třeba úplně stejného typu jako stroj stávající, za jiný typ (což je pochopitelné, protože má jiné fixní a jiné provozní náklady), můžeme otázku věkové skladby parku řešit společně se skladbou druhovou. Mohou však nastat případy, kdy druhová skladba je více-méně jasná a kdy je jen otázka, má-li se ještě po jedno období (např. 1 rok) ponechat v provozu stávající zařízení, anebo jej vyměnit za nové.

Předpokládejme, že o výměně zatím sloužícího zařízení uvažujeme po uplynutí  $n$  časových údobí od jeho předešlé výměny. Přitom všechny dosavadní náklady (za nákup, výměnu, uvedení do provozu, opravy, ztráty za dobu poruchy atd.) byly  $N(n) = C(1) + \dots + C(n)$ , kde  $C(i)$  jsou náklady za  $i$ -té období a předpokládané náklady na příští období jsou  $C(n+1)$ . Naší snahou je najít takové  $n$ , pro které jsou průměrné náklady na jedno období minimální, neboli

$$M(n) = \frac{N(n)}{n} \rightarrow \min .$$

Je zřejmé, že minimum (lokální, nebo globální) funkce  $M(n)$ , zadané na množině přirozených čísel, nemůžeme hledat pomocí derivací, ale tak, že najdeme první takové číslo  $n_0$ , pro které

$$M(n_0) < M(n_0+1) ,$$

což není nic jiného, než požadavek, aby

$$M(n_0) < C(n_0+1) ,$$

protože ten právě znamená, že očekávané náklady na příští období zvednou dosavadní průměrné náklady na jedno období.

Mimochodem, předpokládá se, že posloupnost  $C(n)$  je do určitého období nerostoucí a od něj počínaje neklesající. Kdyby tomu tak nebylo, je nutno v (9.1) ??? nahradit  $C(n_0+1)$  výrazem

$$\min [ C(n+1) + \dots + C(n+k) ] / k , k = 1, 2, \dots ,$$

což může působit komplikace. Proto je výhodnější využít dynamické programování, jak je to popsáno např. v [Br], kap.1.2.

Počet období  $n_0$ , po kterém je nejlepší vyměnit stávající zařízení za nové stejného typu možno tedy považovat za ekonomickou životnost zařízení (která je obvykle mnohem kratší, než životnost technická).

*Poznámka:* Příspěvek vznikl za podpory grantu GAČR 103/94/1394.

*Lektoroval: Doc. RNDr. Stanislav Palúch*

Předloženo v listopadu 1996.

### Literatura

- [Bi] Bixby R.E.: Computational Progress in Linear and Integer Programming. Sb. konf."Optimization in Production and Transportation", Scheveningen (Nizozemí), 1994, str. 34.
- [Br] Brunovský, P.: Matematická teória optimálneho riadenia. Vyd. Alfa, Bratislava, 1980.

### Resumé

#### OPTIMALIZACE VOZIDLOVÉHO A STROJNÍHO PARKU

Jan ČERNÝ

Článek popisuje následující problém: Dána je množina „zařízení“ (strojů, vozidel apod.) a množina „prací“ (náklad, přeprava apod.), které mají být na zařízeních provedeny. Pro každou práci a každé zařízení je známo: - jestli zařízení může tu práci provést; - trvání jednotkového množství práce na tomto zařízení; - náklady téhož (tj. variabilní náklady).

Dále jsou dány fixní náklady každého zařízení. Úlohou je stanovit: - nutnou podmnožinu zařízení; - přiřazení prací zařízením; tak, aby se minimalizoval součet fixních a variabilních nákladů.

Je navržen model lineárního programování a je prodiskutována jeho využitelnost v kombinované dopravě. Na závěr se příspěvek dotýká otázek ekonomické životnosti zařízení.

## Summary

### OPTIMIZATION OF ROLLING AND MANIPULATION STOCK

Jan ČERNÝ

The paper describes following problem: There is given the set of „devices“ (machines, vehicles etc.) and the set of „works“ (loading, transport etc.) to be done using the devices. For each work and each device there is known: - if the device carry out the work; - duration of the unit work on the device; - the cost of the unit work done on the device (i.e. the variable cost).

Moreover, for each device the fixed cost is given. The problem is to determine: - the necessary subset of devices; - the assignment of works to devices; taking the sum of the fixed and variable costs into consideration for both of the criteria.

A linear programming model is presented and discussed with respect to its applying in combined transport. Finally the problem of economical service life is touched on.

## Zusammenfassung

### OPTIMALISATION DES FAHRZEUG- UND MASCHINENPARKES

Jan ČERNÝ

Der Artikel beschreibt ein folgendes Problem: Es gibt eine Menge von "Einrichtungen" (Maschinen, Fahrzeuge, usw.) und eine Menge von "Arbeiten" (Fracht, Beförderung, usw.) die mit der Hilfe der genannten Einrichtungen durchgeführt sein sollen. Es ist für jede Arbeit und für jede Einrichtung bekannt: - ob eine Einrichtung die Arbeit durchführen kann; - Dauer der Einheitsmenge der Arbeit unter Hilfe der Einrichtung; - Aufwände derselben (d.h. Variablekosten). Weiter werden die Fixkosten jeder Einrichtung bekannt. Es ist eine Aufgabe festzulegen: - eine notwendige Untermenge von Einrichtungen; - Zuordnen der Arbeit zu den Einrichtungen auf solche Weise, um die Summe der Fix- und Variablekosten minimal zu halten.

Es wird ein Model der Linearprogrammierung entworfen und dessen Ausnützung im Kombiverkehr wird diskutiert. Zum Schluß befasst sich der Artikel mit der ökonomischen Lebensdauer der Einrichtungen.