

**UNIVERZITA PARDUBICE**

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A  
INFORMATIKY**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**2009**

**Petr NEJMAN**

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Grafická demonstrace evoluce výpočtu Dijkstrova algoritmu

Petr Nejman

Bakalářská práce

2009

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Petr NEJMAN**

Studijní program: **B2646 Informační technologie**

Studijní obor: **Informační technologie**

Název tématu: **Grafická demonstrace evoluce výpočtu Dijkstrova algoritmu**

### **Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :**

Primárním cílem bakalářské práce je realizace softwarové podpory pro grafickou demonstraci evoluce výpočtu Dijkstrova algoritmu nad hranově ohodnoceným grafem odrážejícím aktuálně obsazenou dopravní síť. Reprezentace grafu je postavena nad vhodnou abstraktní datovou strukturou umožňující efektivní implementaci výše zmíněného algoritmu. Pro testování cílové aplikace se použije vybraný segment reálné dopravní sítě.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**CENEK, P. , KLIMA, V., JANÁČEK, J. Optimalizace dopravních a spojových procesů, Žilina, Univerzita Žilina, 1994. VOLEK, J. Operační výzkum I., skripta DFJP UPa, Pardubice 2002 CORMEN a kol.: Introduction to algorithms, MIT Press, Cambridge, 2001**

Vedoucí bakalářské práce:

**doc. Ing. Antonín Kavička, Ph.D.**  
Katedra softwarových technologií

Datum zadání bakalářské práce: **15. ledna 2009**

Termín odevzdání bakalářské práce: **15. května 2009**



doc. Ing. Simeon Karamazov, Dr.

děkan



Ing. Lukáš Cegan  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 31. března 2009

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 2. 8. 2009

Petr Nejman

## **Poděkování:**

Rád bych zde poděkoval především vedoucímu práce doc.Ing. Antonínu Kavičkovi, Ph.D. za všechny rady, připomínky a čas, který mi věnoval.

## **Anotace**

Práce se věnuje nalezení vhodných abstraktních datových struktur pro výpočet Dijkstrova algoritmu v hranově ohodnoceném grafu. Dále se věnuje grafickému zobrazení výše zmíněného algoritmu s možností krokování celého algoritmu, aby bylo možné sledovat jeho vývoj.

## **Klíčová slova**

grafy, Dijkstrův algoritmus, cesty v grafu, datové struktury

## **Title**

Graphic demonstration of the evolution of the calculation Dijkstra's algorithm

## **Annotation**

This work is dedicated to finding suitable abstract data structures for the calculation Dijkstra's algorithm in the edge valued graph. Furthermore, the dedicated graphics display the above algorithm with the possibility of stepping all over the algorithm in order to follow its development.

## **Keywords**

graphs, Dijkstra's algorithm, paths in a graph, data structures

# Obsah

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>8</b>
<b>2. ZÁKLADNÍ POJMY .....</b>	<b>9</b>
2.1. POJMY Z DATOVÝCH STRUKTUR .....	9
2.2. POJMY Z TEORIE GRAFŮ .....	11
<b>3. DIJKSTRŮV ALGORITMUS .....</b>	<b>13</b>
<b>4. DATOVÉ STRUKTURY GRAF.....</b>	<b>15</b>
4.1. SUPER ADT GRAF.....	15
4.2. VRCHOLOVÉ ORIENTOVANÝ PŘÍSTUP .....	15
4.2.1. Hvězdy.....	16
4.2.2. Křížové reprezentace .....	17
4.3. HRANOVÉ ORIENTOVANÝ PŘÍSTUP .....	18
4.3.1. Tabulka hran.....	18
4.3.2. Pole Hran.....	19
<b>5. VÝBĚR VHODNÝCH DATOVÝCH STRUKTUR.....</b>	<b>20</b>
5.1. NÁROKY NA DATOVOU STRUKTURU GRAF.....	20
5.2. VÝBĚR VHODNÉ STRUKTURY GRAF .....	22
5.2.1. Statická verze .....	22
5.2.2. Dynamická verze.....	23
5.3. POMOCNÉ STRUKTURY .....	24
<b>6. APLIKACE .....</b>	<b>26</b>
6.1. VÝPOČET ALGORITMU VE ZVOLENÝCH STRUKTURÁCH .....	26
6.2. UML DIAGRAMY .....	27
6.3. GRAFICKÉ ZOBRAZENÍ.....	29
6.3.1. Nároky na grafické zobrazení.....	29
6.3.2. Dosažené výsledky .....	30
6.4. UKÁZKA DATOVÝCH STRUKTUR V PRŮBĚHU VÝPOČTU .....	31
6.5. TESTOVÁNÍ .....	32
<b>7. ZÁVĚR .....</b>	<b>33</b>



# 1. Úvod

Hlavním cílem této práce je vytvoření softwarového prostředí pro demonstraci evoluce Dijkstrova algoritmu nad hranově ohodnoceným neorientovaným grafem. Přesné nároky na grafické znázornění budou uvedeny v příslušné kapitole.

Dále se tato práce zabývá výběrem vhodné abstraktní datové struktury pro uchování grafu, která umožňuje efektivní implementaci výše zmíněného algoritmu. Datové struktury se vyberou ze dvou pohledů. První je určena pro grafy, kde se předpokládá minimální nebo žádná manipulace se samotným grafem, jako např. přidávání nebo odebírání vrcholů. Druhá je určena naopak pro grafy, na kterých se podobné operace očekávají často. Obě by ale stále měli umožňovat efektivní implementaci Dijkstrova algoritmu a vzájemnou zaměnitelnost.

Cílová aplikace je určena pro názornou ukázkou výpočtu a dobré pochopení tohoto algoritmu. Je možné ji také využít jako učební pomůcku pro předměty Teorie grafů a Datové struktury. Mimo běžných operací s grafem by tato aplikace měla poskytovat možnost nastavení obsazenosti částí grafu, který bude reprezentovat dopravní síť.

## 2. Základní pojmy

V této kapitole jsou uvedeny a vysvětleny některé základní pojmy z oblastí datových struktur a teorie grafů, které se budou vyskytovat ve zbytku této práce. Vysvětlení těchto pojmů vychází z použité literatury [2, 3]

### 2.1. Pojmy z datových struktur

Datové struktury představují způsob uchovávání a organizace dat s cílem umožňovat jejich zpřístupňování a modifikace. Pomocí datových struktur se snažíme v počítači kvalitně realizovat zkoumaný model vzhledem k úspornému využívání paměti a efektivitě často využívaných operací nebo algoritmů.

#### *Abstraktní datový typ*

Abstraktní datový typ (ADT) je to matematická struktura, skládající se ze dvou částí. Jedné nebo více domén, tj. tříd matematických objektů (prvků) a jedné nebo více matematických operací na prvcích těchto domén.

#### *Abstraktní datová struktura*

Abstraktní datová struktura (ADS) je konkrétní realizací ADT. Pro jeden ADT se může vytvořit mnoho realizací ADS. ADS také umožňují znovupoužitelnost, tedy vytvoření struktur, které jsou nezávislé na uživatelských datech.

#### *Prioritní fronta*

Množina s lineárním uspořádáním, přičemž uspořádání je určováno prioritami prvků vzhledem k jejich pořadí odebírání ze struktury. Jinými slovy je to lineárně uspořádaná množina prvků, které mají určitým způsobem vyjádřenu svou vlastní prioritu. Jednotlivé prvky se postupně ze struktury odebírají v pořadí, které je určeno prioritami prvků od nejvyšší priority k nejnižší.

Pro ukázkou je zde využita tabulková specifikace ADT, která bude dále používána i pro další pojmy. V První části je název, v tomto případě *ADT Prioritní fronta*. Druhá část obsahuje

seznam využitých domén a v dalších částech jsou vypsány základní operace pro jednotlivé domény.

*Tabulka 1 – ADT Prioritní fronta*

ADT Prioritní fronta
A. Třída prvků s prioritou B. Třída konečných prioritních front
A. Vytvoř Zruš JePrázdná (↑Boolean) Mohutnost (↑PočetPrvků) Vlož (↓Prvek) OdeberMax (↑Prvek) ZpřístupniMax (↑Prvek)
B. Sjednocení (↓PrioFrontaA, ↓PrioFrontaB, ↑PrioFrontaC)

**Legenda:**     ↑ - výstupní parametr

                  ↓ - vstupní parametr

## ***Tabulka***

Množina s lineárním uspořádáním, přičemž uspořádání je určováno jednoznačnými klíčovými hodnotami (klíči) prvků. Tedy jedná se o lineárně upořádanou množinu prvků, které obsahují svůj identifikátor (klíč). Klíč může být jakéhokoliv typu, ale stále musí splňovat funkci identifikátoru.

*Tabulka 2 – ADT Tabulka*

ADT Tabulka
A. Třída prvků s klíči B. Třída konečných tabulek
A. Vytvoř Zruš JePrázdná (↑Boolean) Mohutnost (↑PočetPrvků) Prohlídka (↓TypProhlídky, ↓Akce) Vlož (↓Prvek) Odeber (↓Klíč, ↑Prvek) Najdi (↓Klíč, ↑Prvek)
B. Sjednocení (↓TabulkaA, ↓TabulkaB, ↑TabulkaC)

## Graf

Abstraktní datový typ Graf (odrážející binární relaci v množině) představuje heterogenní (nehomogenní) bipartitní strukturu pracující se dvěma odlišnými třídami prvků – Vrcholy a Hranami.

Tabulka 3 – Super ADT Graf

Super ADT Graf	
A. Třída prvků	
B. Třída konečných grafů	
A. Vytvoř	
Zruš	
JePrázdny (↑Boolean)	
Mohutnost (↑PočetPrvků)	
Prohlídka (↓Typ, ↓Počátek, ↓Akce)	vrcholová/hranová, do hloubky/šířky
VložVrchol (↓Vrchol)	
VložHranu (↓Hrana)	
OdeberVrchol (↓Klíč, ↑Vrchol)	
OdeberHranu (↓Klíč, ↑Hrana)	
NajdiVrchol (↓Klíč, ↑Vrchol)	
NajdiHranu (↓Klíč, ↑Hrana)	
ZpřístupniNásledníky (↓Koho, ↑Prvky)	
ZpřístupniPředchůdce (↓Koho, ↑Prvky)	
ZpřístupniIncidenčníPrvky (↓Koho, ↑Prvky)	
DefinujBránu (↓Prvek)	
AnulujBránu (↓Prvek)	
ZpřístupniBrány (↑Prvky)	
B. Sjednocení (↓GrafA, ↓GrafB, ↑GrafC)	

## 2.2. Pojmy z teorie grafů

Teorie grafů zkoumá vlastnosti struktur, kterým říkáme grafy. Grafy jsou obvykle znázorňovány pomocí množiny bodů spojených čarami. Pomocí těchto grafů můžeme znázornit struktury nebo úlohy z nejrůznějších oborů. To znamená, že mnoho problémů z praktického života může být převedeno na úlohu z teorie grafů.

## ***Neorientovaný graf***

Můžeme ho zapsat jako uspořádanou trojici  $G = (V, X, p)$ . Prvky množiny  $V$  nazýváme vrcholy grafu, prvky množiny  $X$  hrany grafu a  $p$  (incidence) je zobrazení množiny  $X$  na množinu všech neuspořádaných dvojic  $(u, v)$ , kde  $u, v \in V$ . Vrcholy  $u$  a  $v$  můžeme nazvat sousední vrcholy.

## ***Orientovaný graf***

$D = (V, Y, p)$  je podobný neorientovanému grafu. Je složen ze dvou množin  $V$  a  $Y$  a zobrazení  $p$  množiny  $Y \rightarrow V \times V$ . Množina  $V$  má stejný význam jako u neorientovaného grafu, ale množina  $Y$  je tvořena uspořádanými dvojicemi  $[u, v]$  prvků množiny  $V$ . Každá tato dvojice se vyskytuje v množině  $Y$  nejvýše jednou a platí, že  $u \neq v$ . Prvky množiny  $Y$  nazýváme orientované hrany grafu.

## ***Souvislost grafů***

Máme dvojici vrcholů  $u, v \in V$  grafu  $G = (V, X, p)$ , necht' existuje střídaná posloupnost vrcholů a hran:

$$S = \{u_0, h_1, u_1, h_2, \dots, h_n, u_n\},$$

$$\text{kde } h_i \in X, \quad p(h_i) = (u_{i-1}, u_i) \text{ pro } i=1, \dots, n, \quad u_i \in V \text{ pro } i=1, \dots, n, \quad u_0 = u, u_n = v$$

$S$  potom můžeme nazvat **sledem** grafu  $G$  mezi vrcholy  $u$  a  $v$ . Sled, ve kterém se neopakují žádné hrany, nazýváme **tahem**. Tah, ve kterém se neopakují žádné vrcholy, nazýváme **cestou**.

Graf, ve kterém existuje pro každou dvojici vrcholů  $u, v$  alespoň jedna cesta, nazýváme **souvislým grafem**.

## ***Hranově ohodnocený graf***

Graf, jehož každá hrana má své ohodnocení. Toto ohodnocení může symbolizovat např. délku, kapacitu nebo spolehlivost objektu, který hrana symbolizuje.

### 3. Dijkstrův algoritmus

Jedná se o grafový algoritmus, který dokáže vyhledat nejkratší cesty z jednoho vrcholu do všech ostatních v hranově ohodnoceném grafu. Může se použít i na hranově neohodnocený graf, ale v tomto případě uvažujeme ohodnocení každé hrany rovno 1. Nejkratší cesta potom označuje minimální počet hran k dosažení kteréhokoli vrcholu. Jedinou podmínkou správné funkčnosti je nezápornost ohodnocení všech hran. Algoritmus je konečný pro jakýkoliv konečný graf, který samozřejmě splňuje výše zmíněnou podmínku. Počet cyklů v algoritmu je roven maximálně počtu vrcholů zkoumaného grafu. V případě nesouvislého grafu neexistuje cesta mezi všemi vrcholy grafu a tím pádem bude počet cyklů v algoritmu nižší v závislosti na počátečním vrcholu. Informace uvedené v této kapitole jsem čerpal z použité literatury [2,4].

Tento algoritmus můžeme vysvětlit na hranově ohodnoceném grafu  $G=(V, X, p)$ , kde  $V=\{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  a ohodnocení hran  $o(h)$  vyjadřuje délky jednotlivých hran. Dále potřebujeme množinu dočasně ohodnocených vrcholů  $D=\{\}$  a množinu trvale ohodnocených vrcholů  $T=\{\}$ . Samotný algoritmus potom můžeme rozdělit do několika kroků:

**1. krok:** V grafu  $G$  vybereme počáteční vrchol  $v_z$  (např.  $v_z = v_0$ ).

Všem vrcholům  $v_i \in V$  přiřadíme ohodnocení:

- $t_0 = 0$  pro  $v_0$  ( $v_z$ )
- $t_i = \infty$  pro  $v_i \in V, i = 1, 2, \dots, n$

Do množiny  $D$  přiřadíme počáteční vrchol  $u$ .

**2. krok:** Vybereme z množiny  $D$  vrchol  $v_p$  s nejnižším ohodnocením a zařadíme ho do množiny  $T$ . V této chvíli už vrchol  $v_p$  nenáleží množině  $D$ .

**3. krok:** Pro každý vrchol  $v_j$ , který je sousedem vrcholu  $v_p$  a zároveň není v množině  $T$

provedeme test:  $t_p + o(v_p, v_j) < t_j$  pokud toto platí:

- provedeme přehodnocení:  $t_j = t_p + o(v_p, v_j)$
- přiřadíme vrcholu  $v_j$  předchůdce  $v_p$ :  $p_j = v_p$
- pokud vrchol  $v_j$  dosud nebyl v množině  $D$ , tak ho tam zařadíme

**4. krok:** Pokud množina  $D$  není prázdná, vracíme se na **krok 2**. Jinak algoritmus končí.

## ***Vyhledání stromu nejkratších cest***

Pokud byl graf  $G$ , na kterém jsme aplikovali Dijkstrův algoritmus, souvislý, tak můžeme říci, že pro každý vrchol  $v_i \in V$  se  $t_i$  rovná délce nejkratší cesty mezi počátečním vrcholem a vrcholem  $v_i$ . Dále máme k dispozici označení  $p_i$ , které nám udává předchůdce vrcholu  $v_i$ .

Všechny potřebné informace k vytvoření stromu nejkratších cest už nám algoritmus vyhledal. Pokud si uvědomíme, že známe pro každý vrchol  $v_i$  jeho předchůdce  $p_i$ , tak už není problém z jakéhokoli vrcholu nalézt cestu k počátečnímu vrcholu. Pokud bychom si tento graf kreslili, tak nám k vytvoření stromu nejkratších cest postačí spojit každý vrchol se svým předchůdcem.

## ***Vyhledání nejkratší cesty mezi dvěma vrcholy***

Jak vyhledat jednotlivé cesty z výsledků algoritmu už bylo zmíněno výše. Ale pokud nepotřebujeme vyhledávat celý strom cest, tak můžeme i samotný algoritmus urychlit.

Tohoto urychlení dosáhneme drobnou úpravou algoritmu. V *kroku 1* si kromě výběru počátečního vrcholu  $v_z$ , vybereme i koncový vrchol  $v_k$ . Teď už jen postačí přidat novou podmínku ukončení algoritmu. V *kroku 2* nám algoritmus končí, pokud z množiny  $D$  vybereme výše zmíněný vrchol  $v_k$ . Zde se algoritmus ukončí, protože našel nejkratší cestu do potřebného vrcholu a dále už by jen hledal cesty do ostatních vrcholů.

Nejkratší cesta mezi vrcholy  $v_z$  a  $v_k$  lze vyhledat i bez použití předchůdců. Rekonstrukci cesty začneme v koncovém vrcholu  $v_k$ . Dále hledáme takový sousední vrchol  $v_s$  vrcholu  $v_k$ , pro který platí  $t_s + o(v_s, v_k) = t_k$ . Tento vrchol  $v_s$  potom zahrneme do cesty. Obdobným způsobem jako jsme hledali souseda vrcholu  $v_k$ , hledáme souseda i vrcholu  $v_s$ . Tímto způsobem postupně vyhledáme nejkratší cestu až k počátečnímu vrcholu.

Může se stát, že podmínku pro zařazení vrcholu do cesty splňují najednou 2 nebo více sousedních vrcholů. To znamená, že existuje více nejkratších cest k dosažení počátečního vrcholu. Který vrchol si vybereme, je už na nás, ale k počátečnímu vrcholu vedou všechny.

Tento způsob rekonstrukce je sice zdlouhavý oproti použití předchůdců, ale nabízí možnost vyhledání všech možných nejkratších cest mezi dvěma vrcholy.

## 4. Datové struktury Graf

Abychom byly schopni efektivně uchovat a pracovat s grafem, musíme vybrat vhodnou datovou strukturu. Datových struktur schopných uchovat graf je mnoho. Liší se svou strukturou, vlastnostmi a přístupem ke grafu. V této kapitole jsem vycházel z použité literatury [3, 1]

### 4.1. Super ADT Graf

Jedná se o abstraktní datový typ, definující obecné základní operace nad grafem. Vzhledem k nárokům a povaze odvozeného ADS, nemusejí být implementovány všechny operace, které Super ADT Graf definuje, ale pouze ty, které se využijí.

ADS vymezené nad Super ADT Grafem můžeme klasifikovat podle složitostí některých operací. Tyto operace jsou typu *Vlož* a *Odeber* pro vrcholy a hrany. Pokud operace *VložVrchol* resp. *OdeberVrchol* není realizována nebo složitost této operace není menší než  $O(n)$ , jedná se o vrcholově statickou strukturu. Pokud jsou naopak tyto složitosti menší než  $O(n)$ , tak se jedná o vrcholově dynamickou strukturu. Obdobně můžeme posoudit pro operace *VložHranu* a *OdeberHranu*, jestli je struktura hranově statická či hranově dynamická

### 4.2. Vrcholově orientovaný přístup

Vstupní branou do struktury je vždy vrchol nebo vrcholy. Zpřístupňování hran je až druhotné. Podstatou vrcholově orientovaného přístupu je rozdělení struktury na dvě části:

#### *Prvotní struktura*

Obsahuje informace o vrcholech. V této struktuře je záznam o každém vrcholu pouze jednou a obsahuje určitý identifikátor vrcholu, informace pro vstup do příslušné části druhotné struktury a ostatní potřebné informace o vrcholu.

#### *Druhotná struktura*

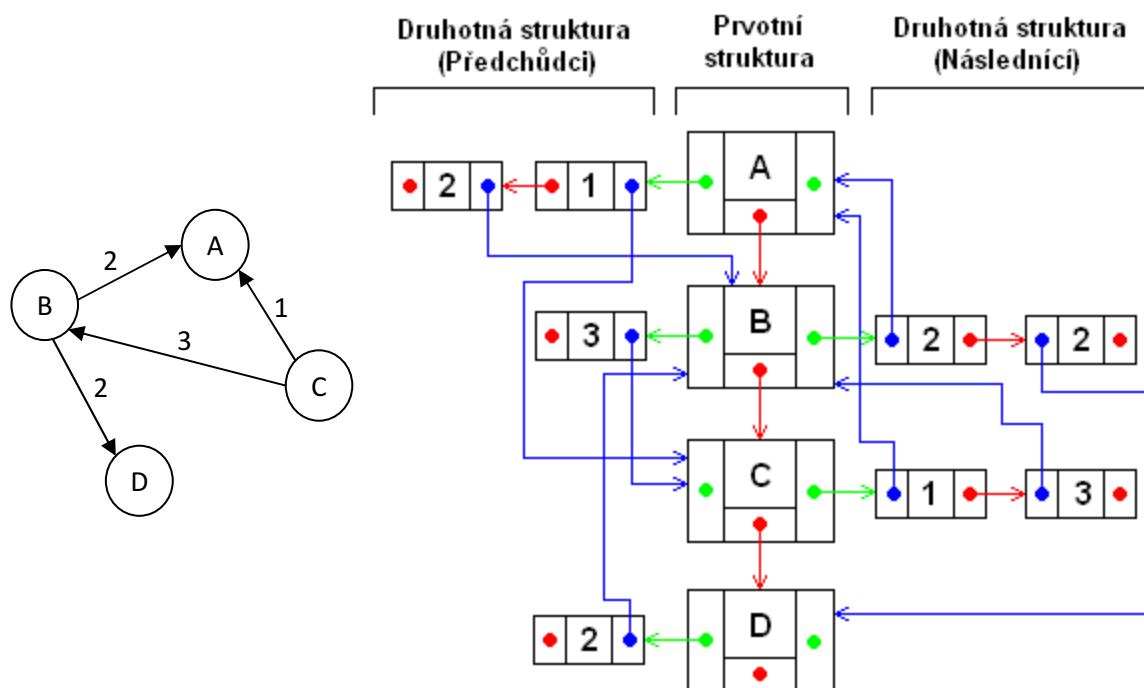
Zde jsou uloženy informace o incidentních hranách, následnících nebo předchůdcích pro každý vrchol prvotní struktury. Druhotná struktura může být celistvá a jednotlivé vrcholy



prvotní struktury se budou odkazovat na určitou část druhotné struktury, nebo se může druhotná struktura skládat z  $n$  dílčích struktur, kde  $n$  je počet vrcholů v prvotní struktuře. Takže každý vrchol v prvotní struktuře může obsahovat odkaz na vlastní druhotnou strukturu.

### 4.2.1. Hvězdy

Hvězda je tvořena prvotní strukturou, uchovávající vrcholy, a druhotnou strukturou, která obsahuje informace o hranách a následnících, nebo předchůdcích.



Obrázek 1 – Dopředně-zpětná hvězda

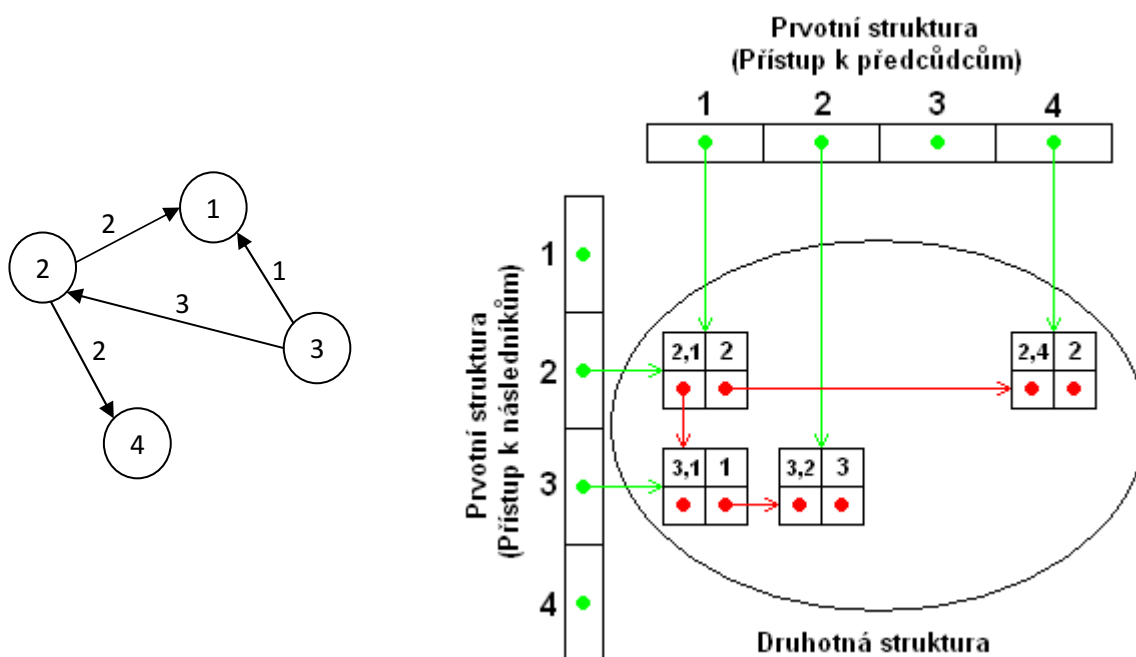
Na ukázkou možné konstrukce hvězdy jsem vybral dopředně-zpětnou hvězdu *Tabulka(seznam) - Tabulka(seznam) - Tabulka(seznam)* vytvořenou pro uchování orientovaného grafu. Prvotní struktura obsahuje ukazatele do druhotných struktur (zvlášť pro předchůdce a následníky). Obsahuje také klíčovou položku identifikující vrchol (v tomto případě písmena A, B, ...) a ukazatel na další vrchol v prvotní struktuře. Položky seznamů druhotných struktur obsahují ukazatel na následníka/předchůdce (dle druhotné struktury), ohodnocení hrany a ukazatel na dalšího následníka/předchůdce pro konkrétní vrchol.

V případě neorientovaných grafů nám postačí jedna druhotná struktura, protože nemusíme uchovávat zvlášť informace o hranách, vedoucích k následníkovi, nebo k předchůdci. Takovým hvězdám říkáme dopředné hvězdy.

Jednotlivé realizace prvotních a druhotných struktur se odvíjejí od požadavků na danou strukturu. Obecně lze říci, že prvotní i druhotnou strukturu lze realizovat pomocí pole nebo pomocí tabulky, kterou lze samozřejmě vytvořit mnoha způsoby. Využitelné jsou téměř všechny kombinace až na kombinaci *tabulka-pole*, která se prakticky nepoužívá. Pokud v prvotní struktuře identifikují vrcholy pomocí klíčů, už není důvod k identifikaci pomocí indexů pole v druhotné struktuře. Výhody či nevýhody hvězdy vyplývají až z výběru konkrétních datových struktur pro vytvoření prvotní a druhotné struktury.

#### 4.2.2. Křížové reprezentace

Pokud potřebujeme současný přístup jak k následníkům, tak i k předchůdcům, můžeme také zvolit tzv. křížovou reprezentaci. Není jednoznačně lepší než hvězda, je to jen jistá alternativa, kterou můžeme zvážit při výběru vhodné datové struktury pro uchování grafu. Podstatou této reprezentace je udržování dvou prvotních struktur. Jedné pro přístup k následníkům a druhé pro přístup k předchůdcům. Druhotná struktura je sice jen jedna, ale obsahuje informace k přístupu jak k následníkům, tak i k předchůdcům.



Obrázek 2 – Křížová reprezentace

Pro ukázkou křížové reprezentace jsem vybral variantu *pole-tabulka(seznam) x pole-tabulka(seznam)*. Jak už je vidět z obrázku, jednotlivé vrcholy jsou identifikovány pomocí indexů pole. Prvky druhotné struktury obsahují ukazatele pro přístup k následníkům i

k předchůdcům. Obsahují také ohodnocení hrany, kterou reprezentují a souřadnice, podle kterých můžeme zjistit totožnost hrany.

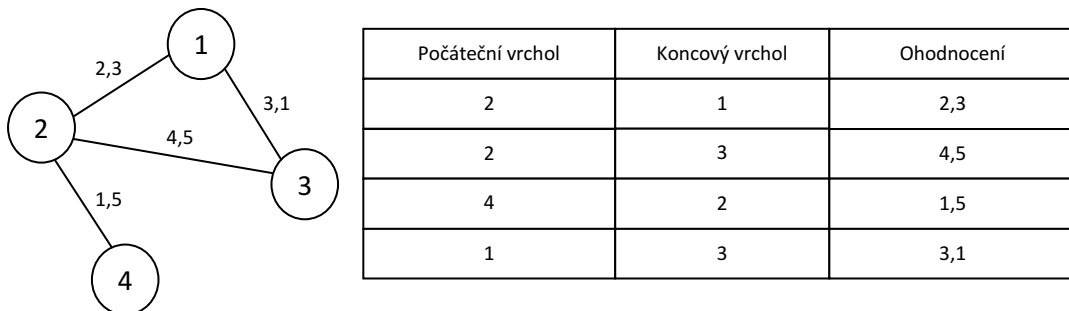
Obecně se tyto struktury vytvářejí dvěma způsoby: *pole-tabulka x pole-tabulka* a *tabulka-tabulka x tabulka-tabulka*. Při výběru záleží samozřejmě na požadavcích a jednotlivé výhody nebo nevýhody opět vycházejí až z konkrétních realizací.

### 4.3. Hranově orientovaný přístup

Při hranově orientovaném přístupu ke grafu, jsou vyhledávací operace zaměřeny na vyhledávání hran. Zpřístupnění vrcholů je potom až druhotné. Identifikace hran potom jde realizovat použitím dvojice vrcholů, se kterými je hrana incidentní nebo pomocí pevného očíslování hran.

#### 4.3.1. Tabulka hran

Při identifikaci hran dvěma vrcholy, které jsou s hranou incidentní, můžeme graf považovat za tabulku hran. Každá hrana je tedy identifikována klíčem, který je složen z identifikátorů incidentních vrcholů. Při tomto způsobu je potom možné při implementaci vytvořit tabulku libovolným způsobem. Toto řešení potom umožňuje hranově dynamické operace.

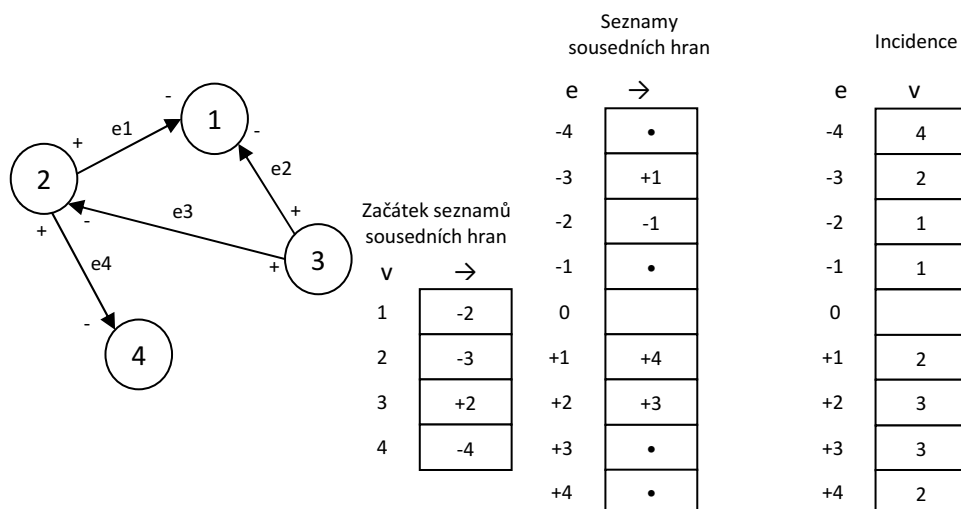


Obrázek 3 - Tabulka hran

Na ukázkou je zde opět obrázek Tabulky hran. V tomto případě identifikujeme každou hranu složeným klíčem, který se skládá z identifikátoru počátečního a koncového vrcholu, tedy např. v prvním řádku tabulky je klíč (2, 1).

### 4.3.2. Pole Hran

Pokud hrany identifikujeme prvními  $n$  přirozenými čísly, můžeme graf považovat za pole hran. Tato reprezentace má několik nedostatků, které se ale dají vyřešit jako např. orientace hran. Pokud máme pouze pole hran, tak z něho nepoznáme orientaci jednotlivých hran. Tento problém můžeme vyřešit, když přidáme seznamy sousedních hran. Vyřešení podobných problémů nám umožní navrhnout poměrně efektivní hranově statickou reprezentaci grafu.



Obrázek 4 – Pole hran se seznamy sousednosti

**Legenda:** v - identifikátor vrcholu (index pole)

→ - index následující položky pole

• - značí, že už v poli není žádná další sousední hrana

e - identifikátor hrany (pomocí +/- můžeme hlídat orientaci)

Na obrázku můžeme vidět příklad *Pole hran se seznamy sousednosti*. Oproti předchozím strukturám je na pochopení trochu složitější, ale na druhou stranu můžeme pomocí této struktury efektivně uchovávat smíšené grafy (obsahují orientované i neorientované hrany) a grafy obsahující smyčky.

Jak vidíme z obrázku, tato struktura se skládá ze tří polí. První s označením *Začátek seznamu sousedních hran* obsahuje pro každý vrchol, identifikovaný indexem tohoto pole, začátek seznamu svých sousedních hran (např. pro vrchol s označením 1 je začátek seznamu na indexu -2). Tento seznam nalezneme v sousedním poli s označením *Seznamy sousedních hran*. Indexy tohoto pole označují jednotlivé hrany i s jejich orientací (orientace od + k -). Položky tohoto pole ukazují další index v seznamu hran (např. pro vrchol s označením 1 je seznam hran: -2, -1, to znamená, že do vrcholu 1 vstupují hrany e2, e1). Posledním polem je

pole s označením *Incidence*. Jak už název napovídá, v tomto poli je pro každou stranu hrany uveden vrchol, se kterým inciduje (např. první položka  $e: -4, v: 4$  značí hrana  $e4$  vchází do vrcholu s označením 4).

## 5. Výběr vhodných datových struktur

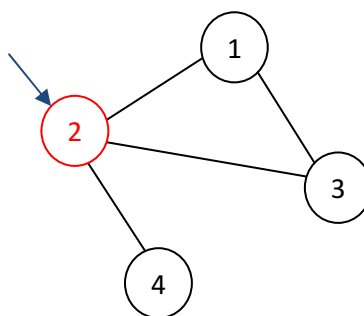
Výběr vhodných datových struktur je velice důležitý z hlediska úspory paměti a efektivního používání častých operací a algoritmů. V této kapitole si rozebereme nároky, které na datovou strukturu klade Dijkstrův algoritmus a vybereme vhodné struktury k uchování grafu a k použití výše zmíněného algoritmu.

### 5.1. Nároky na datovou strukturu graf

Dijkstrův algoritmus klade na vybranou datovou strukturu nároky, které vycházejí ze samotného průchodu algoritmem. Abychom byli schopni efektivně využít tento algoritmus, musíme při výběru datové struktury zohlednit i nároky kladené algoritmem.

#### *Rychlý přístup ke vybranému vrcholu*

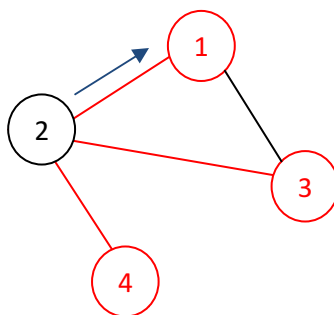
V Dijkstrově algoritmu postupujeme pomocí vyhledávání jednotlivých vrcholů s nejmenším dočasným ohodnocením. Tudíž potřebujeme, aby nám volená datová struktura poskytla co nejrychleji přístup k vybranému vrcholu.



Obrázek 5 – Přístup k vybranému vrcholu

## ***Rychlý přístup k sousedním vrcholům***

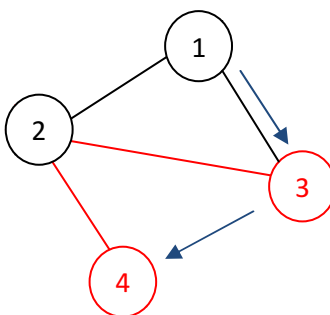
Když v algoritmu prohlásíme dočasně ohodnocený vrchol za trvale ohodnocený, tak potřebujeme přístup k jeho sousedním vrcholům a také incidentním hranám pro případnou úpravu ohodnocení vrcholů. Není nutné mít okamžitě přístup ke všem sousedním vrcholům najednou, stačí přístup k jednomu libovolnému sousednímu vrcholu a jeho incidentní hraně a potom postupně procházet ostatní, jak bude uvedeno dále.



*Obrázek 6 – Přístup k sousedním vrcholům*

## ***Rychlé procházení sousedních vrcholů***

Při přehodnocování dočasných ohodnocení sousedních vrcholů musíme projít celé vrcholové okolí. Pokud už máme přístup k jednomu sousednímu vrcholu, musí nám volená datová struktura umožnit co nejrychlejší přechod na další sousední vrchol a přístup k patřičné incidentní hraně. Pořadí procházení vrcholů je libovolné, důležité je jen to, abychom otestovali všechny sousední vrcholy.



*Obrázek 7 – Přechod mezi sousedními vrcholy*

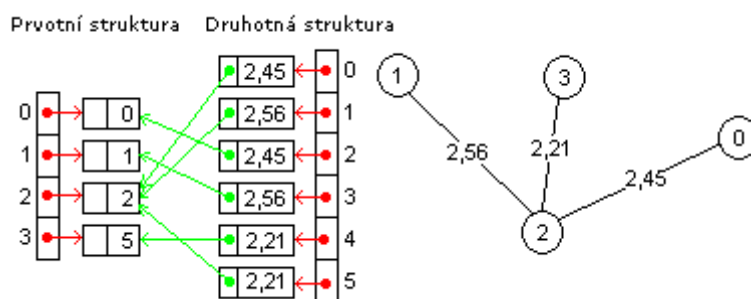
## 5.2. Výběr vhodné struktury graf

Jak už je zřejmé z nároků na datovou strukturu, jedná se o vrcholově orientovaný přístup ke grafu. Vstupní branou do struktury je vždy vrchol. Protože potřebujeme udržovat pouze neorientovaný graf, odpadá řešení pomocí křížové reprezentace. Z možností, které jsou uvedeny v kapitole 4, zbývá už jen reprezentace grafu pomocí hvězdy. Jelikož je aplikace určena pro zpracování neorientovaných grafů, není nutné udržovat zvlášť následníky a předchůdce jednotlivých vrcholů. Proto postačí realizace pomocí dopředné hvězdy. Prvotní struktura bude obsahovat jednotlivé vrcholy a druhotná struktura incidentní hrany. Prvotní struktura musí podle požadavků rychle zpřístupnit vrchol, přes který se musíme rychle dostat k jeho incidentním hranám. K druhotné struktuře se váže jen požadavek rychlého přístupu k další incidentní hraně. Vyhledávání konkrétní hrany není prioritní účel, postačí procházení jednotlivých hran. Hrany by měly rychle zpřístupňovat incidentní vrcholy.

### 5.2.1. Statická verze

Hvězda postavená jako pole - pole. Vyhledávání jednotlivých vrcholů probíhá pomocí indexů pole, které jsou zde jako kódy (identifikátory) jednotlivých vrcholů. Přístup z vrcholu k jeho incidentním hranám je realizován pomocí indexu první incidentní hrany v druhotné struktuře tedy opět v poli. Každá hrana obsahuje ukazatel na následující vrchol, takže je možné bez vyhledávání přistoupit až k incidentnímu vrcholu.

Vrcholy se hledají pomocí indexů pole, takže složitost této operace je  $O(1)$ . Zpřístupnění incidentních hran probíhá také pomocí indexů pole, takže obtížnost je opět  $O(1)$ . A nakonec zpřístupnění další incidentní hrany probíhá navýšením posledního indexu o 1, takže složitost by měla být opět  $O(1)$ . Musíme jen hlídat, abychom nebrali incidentní hrany jiného vrcholu.



Obrázek 8 – Příklad navržené statické verze hvězdy

Jedná se o velmi specifický návrh hvězdy, protože každý vrchol prvotní struktury má mimo jiného jen index do pole druhotné struktury. Počet incidentních hran se potom zjistí výpočtem s vrcholem, který je identifikován následovným indexem v poli. Pro lepší pochopení uvedu příklad z obrázku 8:

*Vrchol s indexem 2 uchovává číslo 2(index do pole druhotné struktury). Vrchol označený indexem 3 uchovává číslo 5. Takže jednoduchým výpočtem zjistíme, že vrchol s indexem 2 má 3 incidentní hrany ( $5-2=3$ ) na indexech druhotné struktury 2, 3, 4 (pod indexem 5 je už uložena hrana incidentní s vrcholem značeným indexem 3).*

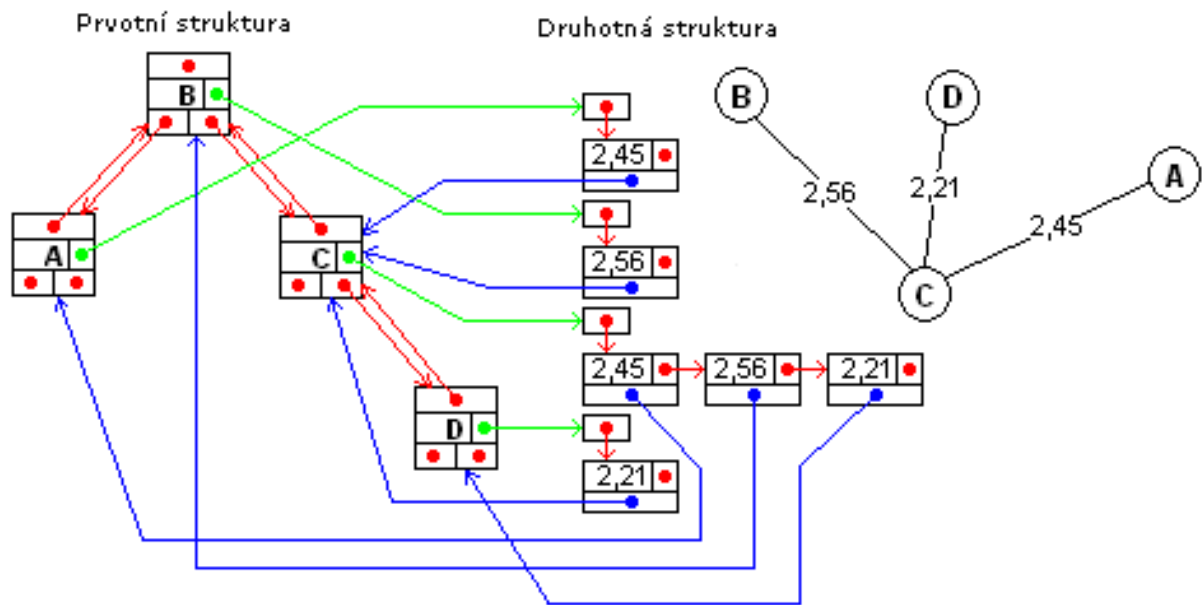
Tato verze hvězdy je určena pro grafy, kde se nepředpokládá přidávání či odebrání vrcholů nebo hran. Tyto operace jsou v této implementaci hvězdy poměrně náročné, protože při vkládání nového prvku do zaplněného pole, často dochází k posouvání celých polí, což je při velkém počtu prvků v poli velice zdlouhavé. Na druhou stranu tato struktura plně splňuje nároky, které klade Dijkstrův algoritmus.

### 5.2.2. Dynamická verze

Tato hvězda je stavěna jako *tabulka(AVL strom) – tabulka(seznam)*. Logická struktura AVL stromu je stejná jako struktura binárního stromu, ale pomocí vyvažování se udržuje v nezdegenerovaném stavu. Prvotní struktura je realizována jako dynamický vyvážený binární strom. Druhotná struktura je realizována jako  $n$  dynamicky zřetěžený seznamů, kde  $n$  je počet vrcholů. Stejně jako u statické verze i tady každá hrana obsahuje ukazatel na incidentní vrchol.

Vyhledávání jednotlivých vrcholů v AVL stromu má složitost  $O(\log_2 n)$ . Podmínka rychlého přístupu k incidentním hranám je splněna tím, že každý vrchol obsahuje ukazatel na seznam svých incidentních hran. Navíc jsou hrany v jednotlivých seznamech dynamicky zřetězeny, takže podmínka rychlého průchodu z jedné incidentní hrany (sousedního vrcholu) na druhou je splněna se složitostí  $O(1)$ .





Obrázek 9 – Příklad navržené dynamické verze hvězdy

Oproti statické verzi má tato dynamická verze pomalejší vyhledávání vrcholů, ale na druhou stranu se mnohem snáze vkládají vrcholy a hrany. Takže tato struktura je určena pro případy, kde se předpokládají časté dynamické operace.

### 5.3. Pomocné struktury

V této podkapitole jsem čerpal z použité literatury [3].

Dijkstrův algoritmus pracuje tak, že vybírá vrchol z množiny dočasně ohodnocených vrcholů a prohlásí ho za finálně označený. Poté je nutno upravit některá ohodnocení sousedních vrcholů v závislosti na jejich původním ohodnocení.

Z toho vyplývá, že potřebujeme efektivně vybírat vrcholy s nejmenším ohodnocením. K tomu se nám hodí prioritní fronta.

Jako první a nejjednodušší implementace je obyčejný seznam. Můžeme do seznamu vkládat prvky utříděně a vybírat vždy první prvek. Tato implementace má složitosti operaci *vlož*  $O(n)$  a *odeber*  $O(1)$ . Nebo můžeme vkládat prvky vždy na první místo, ale pokud chceme vybírat, tak si v seznamu prvek s nejnižší prioritou musíme najít. Složitosti operací potom vypadají takto: *vlož*  $O(1)$ , *odeber*  $O(n)$ .

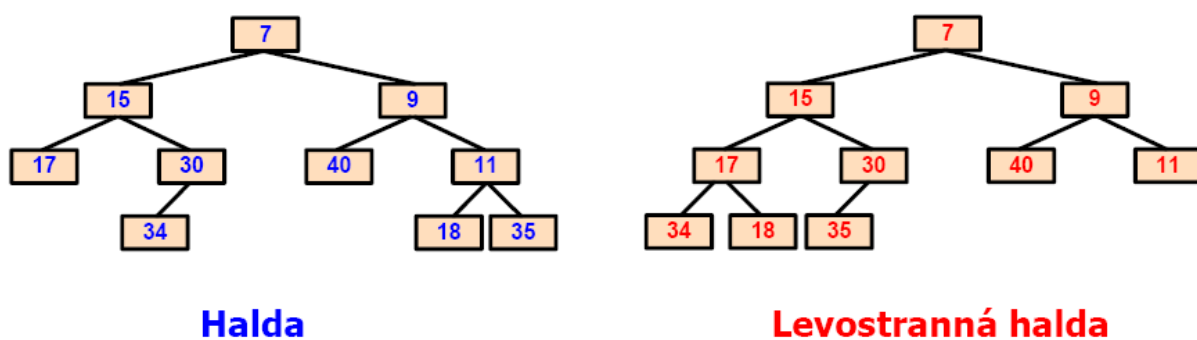
Jak je vidět ze složitostí operací, tak seznam není nejlepší způsob implementace prioritní fronty. Dalšími způsoby implementace jsou dvojúrovňová prioritní fronta a dvojseznamová prioritní fronta. Jejich složitosti, pro operace typu *vlož* a *odeber*, jsou shodné a to  $O(n^{1/2})$ . Sice

nemají žádnou operaci se složitostí  $O(1)$ , ale při velkém počtu prvků ve frontě jsou efektivnější než utříděný nebo neutříděný seznam.

Je tu také možnost implementace v podobě haldy. Operace typu *vlož* a *odeber* mají složitost  $O(\log_2 n)$ , takže i při vysokém počtu čísel je tato fronta poměrně rychlá a v porovnání s ostatními uvedenými implementacemi efektivnější.

Z výše uvedených možností vychází, pro větší počet prvků ve frontě, nejlépe realizace prioritní fronty pomocí haldy. Pro každou haldu platí, že priorita každého prvku je větší než priorita obou jeho synů, pokud existují.

S výhodou můžeme použít implementaci haldy pomocí pole. K této implementaci se ale nejlépe hodí varianta haldy a to sice levostranná halda. Pro levostrannou haldu platí vše, co již bylo zmíněno obecně k haldě. Liší se jen v uspořádávání prvků, jak můžete vidět na obrázku 10.



Obrázek 10 – Haldy [3]

Implementace levostranné haldy pomocí pole má potom následující pravidla. Pokud máme prvek s indexem „ $i$ “, tak jeho synové, pokud existují, jsou na indexech  $2i$  a  $2i+1$ . Otce tohoto prvku bychom mohli najít pomocí celočíselného dělení (*div*) na indexu  $i \text{ div } 2$ . Z toho vyplývá, že při použití levostranné haldy máme zaplněno vždy prvních  $n$  pozic pole, kde  $n$  je počet prvků haldy.

## 6. Aplikace

V této kapitole můžeme najít výpočet Dijkstrova algoritmu za pomoci datových struktur. Budou zde ukázány vazby mezi jednotlivými strukturami statické i dynamické verze hvězdy a prioritní fronty pomocí UML diagramů. Dále zde budou řešeny nároky na vzhled grafu v jednotlivých fázích výpočtu a ukázka aktuálně obsazených datových struktur v průběhu algoritmu.

### 6.1. Výpočet algoritmu ve zvolených strukturách

Dijkstrův algoritmus už byl obecně vysvětlen v kapitole 3, ale zde je vysvětlen výpočet za použití datových struktur:

#### *1. Inicializace*

Před spuštěním algoritmu je třeba inicializovat některé datové struktury. Nejdříve je potřeba nastavit ohodnocení všech vrcholů, mimo vrchol, kterým začínáme, na  $\infty$ . Tuto hodnotu však nemůžeme reálně nastavit, proto místo ní nastavíme hodnotu, o které předpokládáme, že jí nedosáhneme.

Musíme také inicializovat frontu, tak aby byla prázdná. Do této fronty vložíme startovní vrchol s ohodnocením 0 - (ve frontě přidáme dalšímu prvku pole ukazatel na potřebný vrchol v datové struktuře uchovávající graf).

#### *2. Výběr z prioritní fronty*

Z prioritní fronty se vybere prvek s nejvyšší prioritou tj. vrchol s nejnižší dočasným ohodnocením. Tento vrchol můžeme prohlásit za trvale ohodnocený, protože neexistuje kratší cesta, kterou bychom už nezpracovali.

#### *3. Aktualizace ohodnocení*

Musíme prozkoumat všechny sousední vrcholy (vrcholové okolí) právě vybraného vrcholu. Pokud  $t_i + o(v_i, v_j) < t_j$ , kde  $t_i$  je ohodnocení právě vybraného vrcholu,  $t_j$  je ohodnocení

sousedního vrcholu a  $o(v_i, v_j)$  je ohodnocení hrany mezi těmito vrcholy, tak musíme udělat několik úprav:

- Provedeme přehodnocení  $t_j = t_i + o(v_i, v_j)$ .
- Nastavíme vrchol  $v_i$  jako předchůdce vrcholu  $v_j$ .
- Pokud vrchol  $v_j$  dosud není v prioritní frontě, tak ho do ní zařadíme. Pokud už tam je, tak ho jen případně zařadíme na správné místo, odpovídající nové prioritě.

Zjišťování zda je prvek ve frontě či ne, bychom mohli provádět průchodem frontou a zkoumáním jestli tento vrchol samotná fronta obsahuje. Toto řešení by bylo velice zdlouhavé, obzvlášť při vysokém počtu prvků ve frontě. Efektivnější způsob je ten, že každý vrchol, v prvotní struktuře dopředné hvězdy, obsahuje příznak, označující jeho existenci ve frontě. Výhoda je ta, že nemusíme neustále prohledávat prioritní frontu, ale na druhou stranu si musíme udržovat aktuální příznaky vrcholu. Toto udržování příznaků je ale časově mnohem méně náročné.

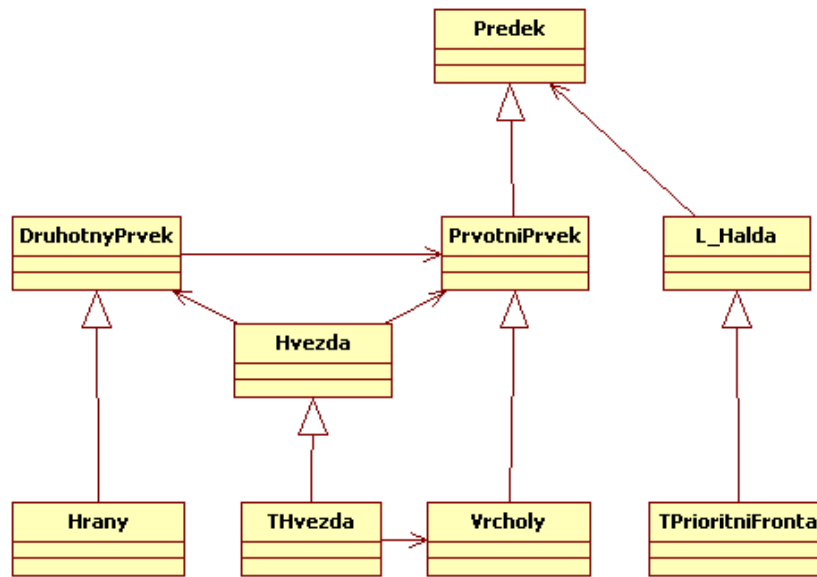
#### *4. Návrat na bod 2*

Pokud prioritní fronta stále obsahuje alespoň jeden prvek, tak se vracíme na bod 2. Pokud už je tato fronta prázdná, tak algoritmus končí.

## **6.2. UML diagramy**

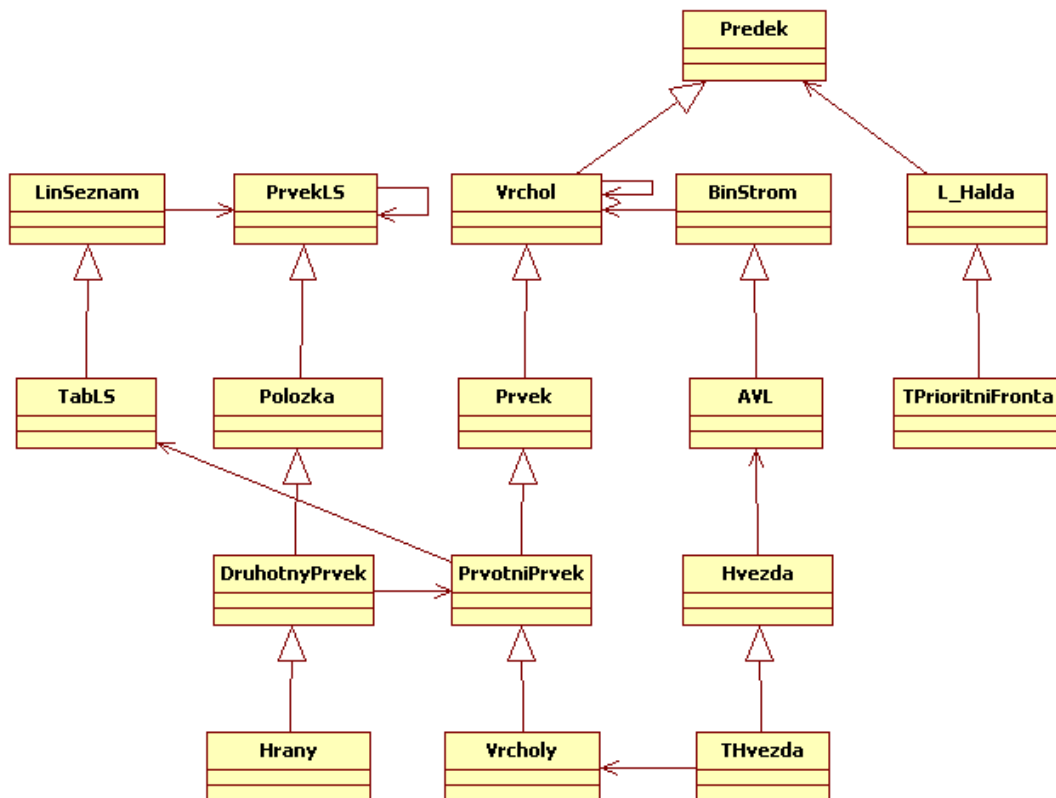
Aby bylo možné názorně ukázat spojitosti (vazby) mezi jednotlivými strukturami, je vhodné využít nějakého diagramu. Pro tento účel jsem zvolil UML digramy. Kvůli rozsáhlosti původních diagramů, které byly exportovány přímo ze zdrojových kódů, jsem vytvořil zjednodušené diagramy, které obsahují pouze názvy tříd. Ze zjednodušených diagramů jsou ale stále patrná jednotlivá provázání datových struktur. Původní UML diagramy jsou uvedeny v příloze a na příloženém CD.

## Statická verze



Obrázek 11 - Zjednodušený UML diagram statické verze

## Dynamická verze



Obrázek 12 - Zjednodušený UML diagram dynamické verze

## 6.3. Grafické zobrazení

Aby bylo možno snáze sledovat a pochopit postupný výpočet algoritmu, je třeba určitý způsobem zobrazovat jednotlivé kroky algoritmu. Je také zapotřebí nějakým způsobem odlišovat (např. barevně) různé situace, do kterých se můžeme s algoritmem dostat.

### 6.3.1. Nároky na grafické zobrazení

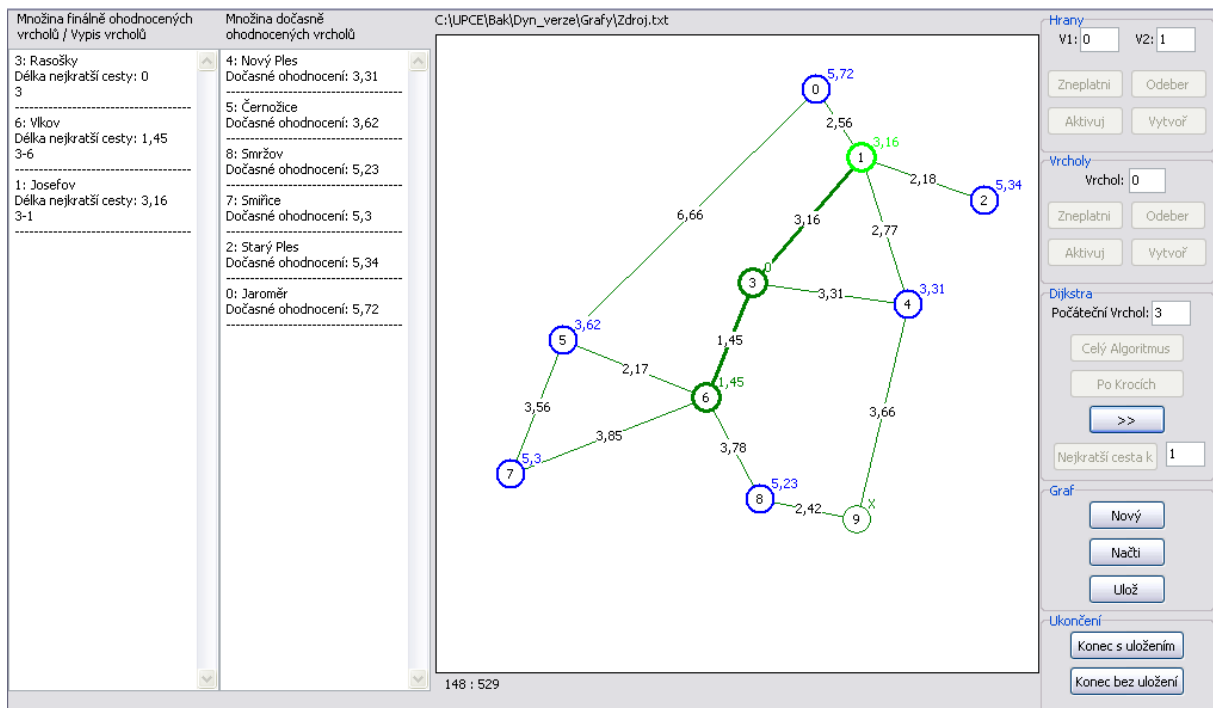
V prvé řadě je samozřejmě třeba zobrazit samotný graf. U tohoto zobrazení potřebujeme od sebe rozeznat jednotlivé vrcholy tj. přidat k jednotlivým vrcholům identifikátory nebo přímo nějaké názvy. Na hranách by mělo být poznat, jaké mají ohodnocení.

Veškeré změny, které provedeme, např. přidání vrcholu nebo hrany by se měli okamžitě zobrazit.

Při krokování algoritmu bychom měli vidět aktuální ohodnocení všech vrcholů. Dál je třeba určitým způsobem odlišit vrcholy, které jsme dosud nenavštívili, které mají zatím jen dočasné ohodnocení, které už jsou trvale ohodnoceny a vrchol který jsme právě prohlásily za trvale ohodnocený.

V průběhu krokování bychom měli vidět aktuální strom nejkratších cest a obsah prioritní fronty. A co se týče výsledků, tak by měly být lehce čitelné.

### 6.3.2. Dosažené výsledky



Obrázek 13 - Finální vzhled aplikace

Jak je vidět z obrázku jednotlivé vrcholy jsou označeny čísly, pomocí kterých se dá s grafem manipulovat, jak už bylo řečeno v předchozích článcích. Hrany jsou čitelně označeny jejich ohodnocením. Na obrázku můžeme dále vidět ohodnocení všech vrcholů, kromě vrcholu s označením 9, který má místo ohodnocení pouze X. Je to pouze náhradní znak, který má znázorňovat  $\infty$ , tedy skutečnost, že do tohoto vrcholu se zatím nepodařilo najít cestu.

Aktuální strom nejkratších cest, odpovídající jisté fázi výpočtu, je na obrázku znázorněn tučnou tmavě zelenou barvou. Vrchol s označením 1 má světlejší barvu, protože ta značí, že jsme tento vrchol právě prohlásily za trvale ohodnocený. Modrá barva značí skutečnost, že je vrchol ohodnocen jen dočasně a jeho ohodnocení se tedy může změnit. A poslední odlišení vrcholů můžeme vidět u vrcholu 9, do tohoto vrcholu se zatím algoritmus ještě nedostal. Je vykreslen tenkou zelenou barvou.

Aktuální obsah prioritní fronty, tedy vrcholy s dočasným ohodnocením, můžeme vidět ve výpisu s označením *Množina dočasně ohodnocených vrcholů*. Můžeme zde vidět všechny potřebné údaje o těchto vrcholech, tedy jejich označení, název a aktuální ohodnocení. Výpis je seřazen stejně jako sama prioritní fronta.

Ve výpisu vlevo s označením *Množina finálně ohodnocených vrcholů/Výpis vrcholů* můžeme už vidět výsledky algoritmu. Jak je vidět z obrázku 13, tak už jsme našli cesty ke třem vrcholům včetně počátečního. Ve výpisu můžeme vidět označení a název vrcholu, délku nejkratší cesty a označení vrcholů, přes které vede tato cesta. Při načtení grafu nebo při změnách jeho struktury se nám v tomto poli pro jednodušší orientaci vypisují jednotlivé vrcholy jejich názvy, jak můžeme vidět na obrázku 14.

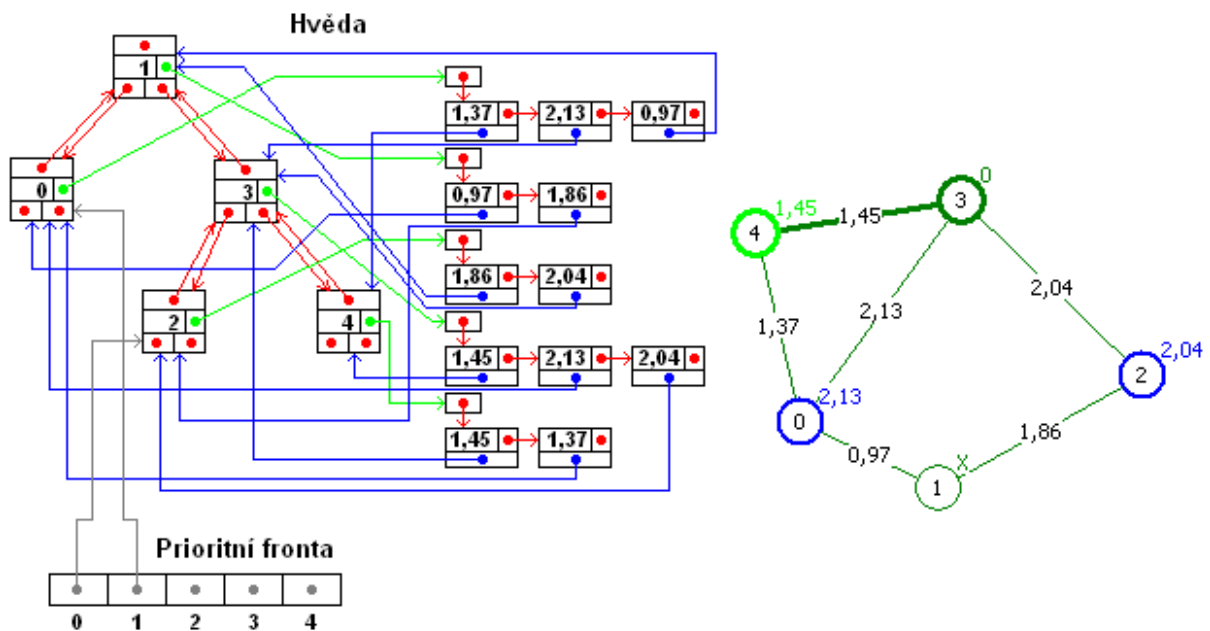
- 0 : Jaroměř
- 1 : Josefov
- 2 : Starý Ples
- 3 : Rasošky
- 4 : Nový Ples
- 5 : Černožice
- 6 : Vlkov
- 7 : Smiřice
- 8 : Smržov
- 9 : Lejšovka

Obrázek 14 - Vypis názvů vrcholů

## 6.4. Ukázka datových struktur v průběhu výpočtu

Je zde ukázka aktuálně obsazených datových struktur v jisté fázi výpočtu Dijkstrova algoritmu a obrázek grafu po ukončení tohoto algoritmu. Navíc zde budou vypsány množiny dočasně ohodnocených vrcholů a množiny finálně (trvale) ohodnocených vrcholů, jednotlivé cesty a jejich délky. Počáteční vrchol výpočtu má v tomto případě označení (klíč) 3.

### V průběhu algoritmu



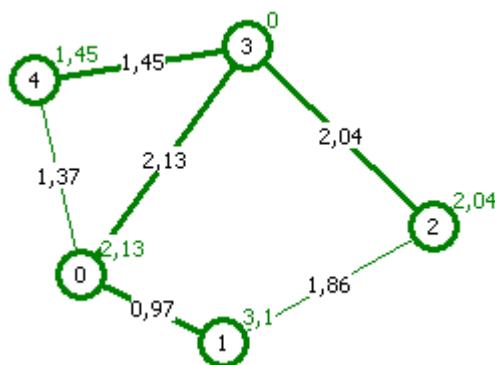
Obrázek 15 – Ukázka datových struktur v jisté fázi výpočtu algoritmu

**Množina dočasně ohodnocených vrcholů:** {0, 2}

**Množina trvale ohodnocených vrcholů:** {3, 4}



## Po ukončení algoritmu



Obrázek 16 – Graf po dokončení algoritmu

Množina dočasně ohodnocených vrcholů: {}

Množina trvale ohodnocených vrcholů: {0, 1, 2, 3, 4}

<b>Jednotlivé cesty:</b>	0	3→0	<b>Délka:</b> 2,13
	1	3→0→1	<b>Délka:</b> 3,1
	2	3→2	<b>Délka:</b> 2,04
	3	3	<b>Délka:</b> 0
	4	3→4	<b>Délka:</b> 1,45

## 6.5. Testování

Aplikace byla testována na dvou různých grafech. Na prvním z nich je v kapitole 6.3.2 ukázán konečný vzhled aplikace. Jedná se o malý úsek v Královéhradeckém kraji a je určen pro testování krokování. Pro testování aplikace na netriviálním grafu je určen druhý graf, který můžeme i s podkladovou mapou vidět v příloze B.

## 7. Závěr

Na závěr bych shrnul dosažené výsledky. Povedlo se vytvořit dvě rozdílné abstraktní datové struktury přesně podle předpokladů. Obě struktury podporují všechny potřebné operace na grafech. Aktuální obsazenost dopravních sítí zajišťují funkce zneplatnění a aktivace vrcholů a hran.

Všechny požadavky na zobrazení grafu a různá odlišení vrcholů a hran při krokování jsou splněna. Je tu jen drobný problém v tom, že se nijak nedá zobrazovat část grafu, která sahá mimo zobrazovací plochu. To je řešeno tím, že se zobrazují jen grafy, které mají 20 a méně vrcholů. Menší grafy, pro které je aplikace primárně určena, se do zobrazovací oblasti pohodlně vejdou. Bez ohledu na vykreslení grafu, můžeme Dijkstrův algoritmus spustit vždy a potřebné výsledky se vypíšou do patřičného pole.

Co se týče ukládání, veškeré údaje o grafech se ukládají do textových souborů.

Aplikace je jinak bez problémů spustitelná a připravena na použití.

## Seznam obrázků

OBRÁZEK 1 – DOPŘEDNĚ-ZPĚTNÁ HVĚZDA .....	16
OBRÁZEK 2 – KŘÍŽOVÁ REPREZENTACE .....	17
OBRÁZEK 3 - TABULKA HRAN .....	18
OBRÁZEK 4 – POLE HRAN SE SEZNAMY SOUSEDNOSTI.....	19
OBRÁZEK 5 – PŘÍSTUP K VYBRANÉMU VRCHOLU .....	20
OBRÁZEK 6 – PŘÍSTUP K SOUSEDNÍM VRCHOLŮM.....	21
OBRÁZEK 7 – PRŮCHOD MEZI SOUSEDNÍMI VRCHOLY .....	21
OBRÁZEK 8 – PŘÍKLAD NAVRŽENÉ STATICKE VERZE HVĚZDY .....	22
OBRÁZEK 9 – PŘÍKLAD NAVRŽENÉ DYNAMICKÉ VERZE HVĚZDY .....	24
OBRÁZEK 10 – HALDY [3].....	25
OBRÁZEK 11 - ZJEDNODUŠENÝ UML DIAGRAM STATICKE VERZE .....	28
OBRÁZEK 12 - ZJEDNODUŠENÝ UML DIAGRAM DYNAMICKÉ VERZE .....	28
OBRÁZEK 13 - FINÁLNÍ VZHLED APLIKACE .....	30
OBRÁZEK 15 – UKÁZKA DATOVÝCH STRUKTUR V JISTÉ FÁZI VÝPOČTU ALGORITMU .....	31
OBRÁZEK 14 - VYPIS NÁZVŮ VRCHOLŮ .....	31
OBRÁZEK 16 – GRAF PO DOKONČENÍ ALGORITMU .....	32
OBRÁZEK 17 - PANEL GRAF .....	36
OBRÁZEK 18 - PANEL UKONČENÍ .....	36
OBRÁZEK 19 - PANEL HRANY .....	36
OBRÁZEK 20 - PANEL VRCHOLY .....	37
OBRÁZEK 21 - PANEL DIJKSTRA .....	37
OBRÁZEK 22 – TESTOVACÍ NETRIVIÁLNÍ GRAF .....	38
OBRÁZEK 23 – KOMPLETNÍ UML DIAGRAM STATICKE VERZE .....	39
OBRÁZEK 24 – KOMPLETNÍ UML DIAGRAM DYNAMICKÉ VERZE .....	40

## Seznam tabulek

TABULKA 1 – ADT PRIORITNÍ FRONTA.....	10
TABULKA 2 – ADT TABULKA .....	10
TABULKA 3 – SUPER ADT GRAF.....	11

## Seznam příloh

A. OVLÁDACÍ PRVKY APLIKACE .....	36
B. TESTOVACÍ NETRIVIÁLNÍ GRAF.....	38
C. UML DIAGRAM STATICKE VERZE.....	39
D. UML DIAGRAM DYNAMICKÉ VERZE.....	40

## Zdroje

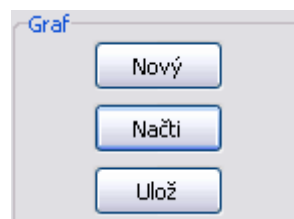
- [1] CENEK, Petr, KLIMA, Valent, JANÁČEK, Jaroslav. *Optimalizace dopravních a spojových procesů*. Žilina : Vysoká škola dopravy a spojov, 1994. 343 s. ISBN 80-7100-197-X.
- [2] VOLEK, Josef. *Operační výzkum I*. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2002. 111 s. ISBN 80-7194-410-6.
- [3] KAVIČKA, Antonín. *Datové struktury*. Elektronické sylaby přednášek předmětu Datové struktury. 2007.
- [4] HOKSZA, David. *Nejkratší cesty v ohodnoceném grafu* [online]. 2002 [cit. 2009-06-20]. Dostupný z WWW: <<http://reboot.cz/howto/programovani/nejkratsi-cesta-v-ohodnocenem-grafu/articles.html?id=223>>.
- [5] CANTÚ, Marco. *Myslíme v jazyku Delphi 7*. [s.l.] : [s.n.], 2003. 580 s. ISBN 80-247-0694-6.

# Příloha

## A. Ovládací prvky aplikace

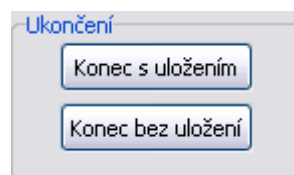
Celou práci jsem vytvářel v prostředí Turbo Delphi 2006, takže tlačítka a ostatní části grafiky jsou vytvořeny v tomto prostředí.

Tlačítkem *Nový* vytvoříme nový prázdný graf. Pokud jsme měli už nějaký jiný graf otevřený, otevře se dialogové okno s dotazem na uložení předchozího grafu. Tlačítkem *Načti* otevřeme dialog pro výběr souboru s grafem. Opět se nám, stejně jako u předchozího tlačítka, nejprve otevře dialog s nabídkou uložení změn předešlého grafu, pokud jsme měli nějaký otevřený. Pomocí *Ulož* otevřeme opět dialog, kde si vybereme umístění a název souboru, který bude obsahovat aktuální graf.



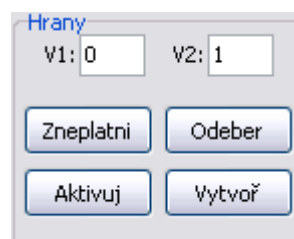
Obrázek 17 - Panel Graf

Aplikaci můžeme bezpečně ukončit dvěma tlačítky. Jak je vidět z obrázku vpravo, rozdíl je jen v tom jestli si chceme aktuální graf, na kterém jsme mohli udělat nějaké změny, uložit. *Konec s uložením* je aktivní jen v případě, že je aktuální graf již uložený. V tom případě je známo jméno a umístění souboru s grafem a není problém tento soubor přepsat.



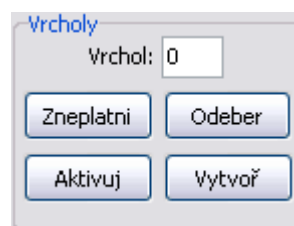
Obrázek 18 - Panel Ukončení

Pro manipulaci s hranami slouží panel *Hrany*. *V1* a *V2* jsou označení dvou vrcholů, mezi kterými se hrana, se kterou chceme pracovat, nachází. Tlačítko *Odeber* hranu kompletně odstraní z grafu. Tlačítkem *Zneplatni* označenou hranu pouze zneplatníme, takže graf tuto hranu stále obsahuje, ale pro výpočet algoritmu se jeví jako neviditelná. Tlačítkem *Aktivuj* vrátíme zneplatněnou hranu opět do původního stavu. Pomocí *Vytvoř* jsme schopni vytvořit a vložit do grafu novou hranu. Je to jediné tlačítko v tomto panelu, které nevyužívá označení hrany pomocí *V1* a *V2*, ale otevře se nám nové okno, kde doplníme ohodnocení hrany a dva vrcholy, mezi kterými potřebujeme novou hranu vytvořit.



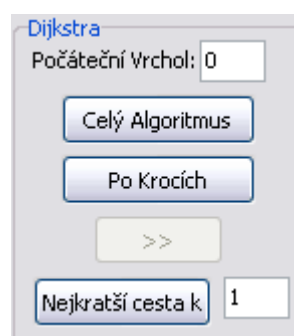
Obrázek 19 - Panel Hrany

Podobně jako pro manipulaci s hranami máme i pro práci s vrcholy samostatný panel. *Vrchol* v tomto panelu označuje vrchol, se kterým pracujeme. Tlačítka *Odeber*, *Zneplatni* a *Aktivuj* mají stejnou funkci jako u hran jen s tím rozdílem, že manipulujeme s vrcholy. Tyto tři tlačítka nemají vliv pouze na vrcholy, ale mají stejný efekt i na incidentní hrany. Například odebráním vrcholu odebereme i incidentní hrany, protože by neměli dva vrcholy, mezi kterými by mohli existovat. Tlačítkem *Vytvoř* můžeme vytvořit nový vrchol. Po jeho stisknutí se nám objeví nové okno, kam zadáme název a souřadnice nového vrcholu. Souřadnice si můžeme zjistit pouhým přjetím myši přes zobrazovací prostor grafu. Aktuální souřadnice myši se nám zobrazují pod oknem s grafem.



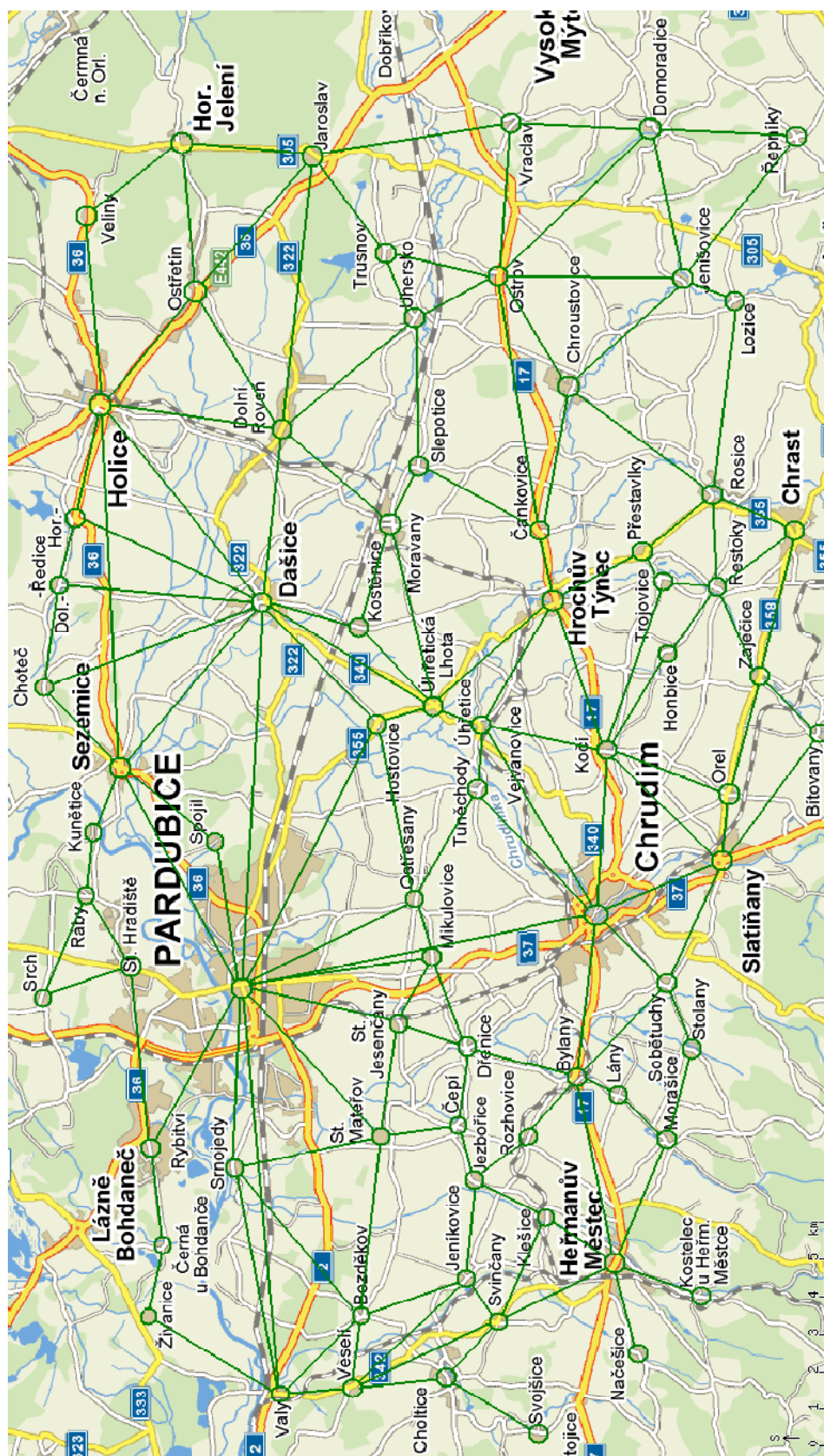
Obrázek 20 - Panel *Vrcholy*

Spuštění algoritmu se věnuje panel *Dijkstra*. *Počáteční vrchol* označuje vrchol, ze kterého se bude algoritmus rozvíjet. Tlačítkem *Celý Algoritmus* spustíme ze zadaného vrcholu algoritmus bez krokování. Pomocí tlačítka *Po Krocích* můžeme algoritmus spustit tak, že jsme potom schopni tlačítkem >> procházet jednotlivé kroky algoritmu. A nakonec tlačítko *Nejkratší cesta k* nám spustí algoritmus k vyhledání pouze jedné nejkratší cesty k vrcholu, který je zadán vpravo od tohoto tlačítka.



Obrázek 21 - Panel *Dijkstra*

## B. Testovací netriviální graf



Obrázek 22 – Testovací netriviální graf





