

# MODELOVÁNÍ BONITY OBCÍ POMOCÍ DOPŘEDNÝCH NEURONOVÝCH SÍTÍ

Martin Vomočil, Petr Hájek, Vladimír Olej

Ústav systémového inženýrství a informatiky, FES, Univerzita Pardubice

**Abstract:** *The paper presents the design of the parameters for long-term municipal rating. Modelling of the rating is realized by feed-forward neural networks. The paper deals with a layout of model for classification of municipalities by feed-forward neural networks and analysis his results.*

**Key words:** Rating, classification, feed-forward neural networks, back-propagation algorithm.

## 1 Úvod

Bonita [8] je schopnost subjektu řádně plnit své závazky. Zahrnuje jednak solventnost, jednak úroveň podnikatelských aktivit daného subjektu. Podle bonity hodnotí obchodní partneři a banky úvěruschopnost zákazníků. Vysoká bonita subjektu značí nízké úvěrové riziko, nízká bonita vysoké úvěrové riziko. Vysoká bonita umožňuje obci snížit náklady spojené s úvěrovým financováním. Pokud je bonita obce nízká, poskytovatelé úvěrů požadují za vyšší úvěrové riziko vyšší výnos. Bonita obce poskytuje tržním subjektům informace týkající se úvěrového rizika obce. Bonita obcí se liší od bonity podniků. Veřejný sektor má odlišný charakter než soukromý sektor. Cílem obcí není maximalizace zisku ani tržní hodnoty, ale uspokojování služeb obyvatel při respektování požadavků hospodárnosti, efektivnosti a účinnosti. Tyto cíle jsou sledovány také v oblasti úvěrového financování obcí. Z uvedeného vyplývá, že ohodnocování bonity obcí musí vycházet z odlišných kritérií, než je tomu u soukromých podniků.

Ohodnocování obcí je v současnosti realizováno metodami, které kombinují matematicko-statistické metody a ohodnocování expertem. Patří mezi ně bodovací modely (Scoring Models) [1], modely selhání (Default Models) [3] a modely ratingu (Rating Models) [8]. Bodovací modely vycházejí z identifikace základních rizikových faktorů, jejichž hodnoty se předem stanoveným způsobem váhují. Výsledek se pak považuje za ukazatel bonity ohodnocovaného objektu. Základem bodovacích systémů je volba vhodných parametrů ohodnocování. Parametry ohodnocování bývají především ukazatele finanční analýzy. Vypočteným parametrům je přiděleno bodové ohodnocení. Body za jednotlivé parametry jsou pak agregovány do jednoho ukazatele. Modely selhání vycházejí z předpokladu, že lze budoucí finanční potíže predikovat sledováním úrovně a vývoje vybraných ukazatelů. Mají za cíl informovat o blížících se finančních potížích. Selhání (Default) je neschopnost řádně a včas splácet závazky. Modely selhání jsou odvozeny od skutečných dat. Výběrový soubor objektů je rozdělen na objekty, které selhaly a na ty, které neselhaly. Cílem modelů je nalezení příčin rozdílů mezi těmito třídami.

Nejrozšířenějším přístupem modelování bonity je modelování pomocí modelů ratingu. Rating je nezávislé ohodnocování, jehož cílem je zjistit (na základě komplexního rozboru veškerých známých rizik ohodnocovaného objektu) jak je tento objekt schopen a ochoten dostát včas a v plné výši svým splatným závazkům. Rating je ohodnocování založené na kvantitativních i kvalitativních parametrech. Je podkladem pro rozhodování investorů, bank a obchodních partnerů o spolupráci s ohodnocovaným objektem. Jedná se o postup, při němž se objekty zařadí do skupin (tzv. ratingových tříd) podle předpokládané

pravděpodobnosti selhání. V ratingové stupnici jsou ratingové třídy seřazeny dle stupně kreditního rizika. Změní-li se v čase kreditní riziko objektu, změní se jeho ratingová třída.

Z uvedeného vyplývá, že modelování ratingu je klasifikační problém. Klasifikaci je možné realizovat metodami učení s učitelem (pokud jsou známy ratingové třídy zkoumaných objektů) nebo metodami učení bez učitele (pokud tyto třídy známy nejsou). Vzhledem k tomu, že ve vstupních datech je obsažen parametr, který udává zařazení obcí do ratingových tříd, jedná se o klasifikaci obcí do ratingových tříd pomocí metod učení s učitelem. Označení ratingových tříd je ve shodě s ratingovými agenturami (Aa, Aa-, A+, A, A-, Baa+, Baa) [2]. Stručná charakteristika ratingových tříd (RT) je uvedena v tab. 1.

**Tab. 1:** Ratingová stupnice

RT	POPIS
Aa	Rozvíjející se obce s dobrým rozpočtovým hospodařením, bez problémů se zadlužeností.
Aa-	Obce s vynikajícím ekonomickým prostředím, bez investičního rozvoje.
A+	Obce průměrně zadlužené, s dobrým ekonomickým prostředím, investičně se rozvíjející.
A	Obce se špatným ekonomickým prostředím, bez zadluženosti, s průměrným rozpočtovým hospodařením.
A-	Obce s velkým majetkem, středně zadlužené, se signály ekonomického poklesu.
Baa+	Obce s vysokou zadlužeností, investičně se rozvíjející.
Baa	Obce s vysokou dluhovou službou, špatným ekonomickým prostředím, s investičním rozvojem.

## 2 Návrh parametrů ratingu obcí

V [6, 2] jsou uvedeny společné kategorie parametrů, a to ekonomické, dluhové, finanční a administrativní. Klíčové jsou parametry ekonomické, dluhové a finanční. Rozdíly jednotlivých modelů jsou v parametrech a vahách, které jsou jim přisuzovány. Tyto modely předpokládají vysokou fiskální autonomii obcí. Ta umožňuje obcím ovlivnit své příjmy místními daněmi a poplatky za veřejné služby. Obce ČR mají naopak nízkou fiskální autonomii, proto se parametry ratingu od těchto modelů liší.

### *Návrh ekonomických parametrů*

Ekonomické parametry ovlivňují dlouhodobé kreditní riziko. Obce s více diverzifikovanou ekonomikou a příznivějšími socio-ekonomickými podmínkami jsou lépe připraveny na ekonomickou recesi. Ekonomický růst však může vést k nutnosti rozšíření veřejných služeb a tím k růstu zadluženosti. Stabilní ekonomika obce může být příznakem ekonomické stagnace. Neexistuje syntetický parametr, který by kvantifikoval úroveň ekonomiky obce. Ekonomické parametry pro hodnocení kreditního rizika lze navrhnout takto [2]:

$$\text{Parametr } p_1 = PO_r, \quad (1)$$

kde  $PO_r$  je počet obyvatel v  $r$ -tém roce. Vyšší hodnota parametru  $p_1$  znamená pro obec zejména vyšší daňové příjmy. Daňové příjmy obce závisí na počtu obyvatel obce a na koeficientu, který značí velikostní kategorii obce. Větší obce mají vyšší podíl na daňovém výnosu z toho důvodu, že obce s vyšším počtem obyvatel mají vyšší výdaje na infrastrukturu a další veřejné statky. Vyšší počet obyvatel znamená pro věřitele záruku budoucích příjmů obce a snižuje tak kreditní riziko obce.

$$\text{Parametr } p_2 = PO_r / PO_{r-s}, \quad (2)$$

kde  $PO_{r-s}$  je počet obyvatel v roce  $r-s$  a  $s$  je zvolený časový interval. Změna počtu obyvatel je dobrým měřítkem ekonomické vitality obce. Ekonomický růst obce vede k rostoucímu počtu obyvatel. Náhlý růst počtu obyvatel je třeba hodnotit obezřetně, nemusí znamenat skutečný trend.

$$\text{Parametr } p_3 = U, \quad (3)$$

kde  $U$  je míra nezaměstnanosti v obci. Míra nezaměstnanosti hodnotí celkové ekonomické zdraví obce. Ekonomický růst snižuje nezaměstnanost v obci. Z nízké míry nezaměstnanosti lze proto usuzovat na dobré ekonomické zdraví. Vysoká míra nezaměstnanosti znamená vyšší výdaje za sociální služby. Nedostatek pracovních příležitostí dále snižuje ceny nemovitostí, což vede ke snížení rozpočtových příjmů z daně z nemovitostí.

$$\text{Parametr } p_4 = \sum_{i=1}^k \left( \frac{PZO_i}{PZ} \right)^2, \quad (4)$$

kde  $PZO_i$  je počet obyvatel zaměstnaných v  $i$ -tém odvětví ekonomiky  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $PZ$  je celkový počet zaměstnaných obyvatel,  $k$  je počet odvětví ekonomiky. Parametr  $p_4$  vyjadřuje koncentraci zaměstnanosti v odvětvích ekonomiky a je mírou koncentrace ekonomiky obce. Parametr  $p_4$  je nejvýznamnějším činitelem ratingu obcí.

### 3 Návrh dluhových parametrů

Dluhové parametry zahrnují výši a strukturu dluhu. Poměrové parametry jsou často používanou metodou měření dluhu obce a schopnosti obce splácet dluhovou službu. Použití poměrových parametrů je však efektivní pouze tehdy, pokud jsou k dispozici rovněž parametry pro ostatní srovnatelné obce. Teprve srovnání parametrů s těmito obcemi podává informaci o skutečné dluhové i finanční situaci obce. Na základě uvedených skutečností lze navrhnout následující dluhové parametry [2]:

$$\text{Parametr } p_5 = DS / OP, \quad (5)$$

kde  $p_5 \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $DS$  je dluhová služba,  $OP$  jsou opakující se příjmy. Jedná se o základní dluhový činitel. Měří kapacitu obce pokrýt  $DS$  z pravidelných rozpočtových zdrojů. Dluhová služba označuje roční platby úroků včetně ročních splátek - anuit. Opakující se příjmy jsou celkové příjmy bez jednorázových a kapitálových příjmů. Hodnotu parametru  $p_5$  nad 0.15 lze považovat za signál hrozící dluhové pastí.

$$\text{Parametr } p_6 = CD / PO, \quad (6)$$

kde  $CD$  je celkový dluh v Kč. Uvedený parametr měří hrubou míru zadluženosti obce, tj. kolik Kč dluhu připadá na jednoho obyvatele obce. Jeho absolutní hodnota je sama o sobě nevypovídající. Je zapotřebí porovnat hodnotu tohoto parametru obce s ostatními obcemi v regionu, popř. v celém státě.

$$\text{Parametr } p_7 = KD / CD, \quad (7)$$

kde  $p_7 \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $KD$  je krátkodobý dluh. Analyzuje strukturu dluhu. Krátkodobý dluh slouží ke krytí krátkodobých závazků vyplývajících z nedostatečného peněžního toku. Krátkodobý dluh by měl být během fiskálního roku celý splacen. Pokud je však  $KD$  určen ke krytí rozpočtového schodku nebo k financování investičních projektů, jedná se o nebezpečný signál a negativně ovlivňuje kreditní riziko obce. Úrokové sazby  $KD$  bývají plovoucí, mění se, což může vést k neschopnosti obce splácet dluh.

### **Návrh finančních parametrů**

Finanční parametry informují o rozpočtovém hospodaření obce. Jejich hodnoty jsou získávány z rozpočtu obce. Finanční parametry pro hodnocení kreditního rizika lze navrhnout takto [2]:

$$\text{Parametr } p_8 = OP / BV, \quad (8)$$

kde  $p_8 \in R^+$  a  $BV$  jsou běžné výdaje rozpočtu. Parametr  $p_8$  ukazuje na kvalitu rozpočtového hospodaření. Pokud je stabilně větší než 1, tj. běžný rozpočet je přebytkový (zároveň trend ukazuje na rostoucí hodnotu parametru), finanční situace obce je dobrá. Dobrá finanční situace znamená i lepší pozici z hlediska dluhové kapacity. Hodnota parametru  $p_8$  větší než 1 umožňuje obcím použít běžný přebytek k financování svých závazků.

$$\text{Parametr } p_9 = VP / CP, \quad (9)$$

kde  $p_9 \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $VP$  jsou vlastní příjmy,  $CP$  jsou celkové příjmy. Vyšší podíl vlastních příjmů na celkových příjmech znamená vyšší fiskální autonomii obce. Vyšší fiskální autonomie vede k nižší zadluženosti obcí. Výše fiskální autonomie ovlivňuje rozhodování managementu obce. Management obce volí kombinaci  $VP$  a dluhu na financování veřejných statků. Čím vyšší je tedy jejich fiskální autonomie, tím nižší mají potřebu volit dluh jak nástroj financování.

$$\text{Parametr } p_{10} = KV / CV, \quad (10)$$

kde  $p_{10} \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $KV$  jsou kapitálové výdaje,  $CV$  jsou celkové výdaje. Vyšší hodnota tohoto parametru ukazuje na investiční aktivitu obce a na dobré běžné hospodaření obce umožňující další rozvoj. Tato hypotéza je rovněž v souladu s mezigenerační teorií spravedlnosti, kdy se na kapitálových výdajích mají podílet jak současní, tak budoucí uživatelé veřejných statků.

$$\text{Parametr } p_{11} = IP / CP, \quad (11)$$

kde  $p_{11} \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $IP$  jsou investiční příjmy. Dluhy jsou primárně určeny k financování investičních (kapitálových) výdajů (projektů). Čím vyšší je parametr  $p_{11}$ , tím nižší je potřeba dalšího zadlužování k financování investičních projektů.

$$\text{Parametr } p_{12} = LM / PO, \quad (12)$$

kde  $LM$  je výše likvidního majetku obce. Obce disponují vlastním majetkem. Tento majetek je často použit jako zástava bankovních úvěrů. Banky poskytnou úvěr pouze v tom případě, pokud majetek, který je jako zástava použit, je dostatečně likvidní, tedy v krátkém čase zpeněžitelný. Likvidním majetkem obce se rozumí dobře situované rozlehlé pozemky, komerční budovy, zemědělské pozemky a majetek sloužící podnikatelským účelům v majetku obce.

### Vektor parametrů pro rating obcí

Parametry  $p_1$  až  $p_{12}$  představují vektor  $\mathbf{p}$  parametrů ratingu obcí ČR. Vektor  $\mathbf{p}$  má tento tvar  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12})$ . (13)

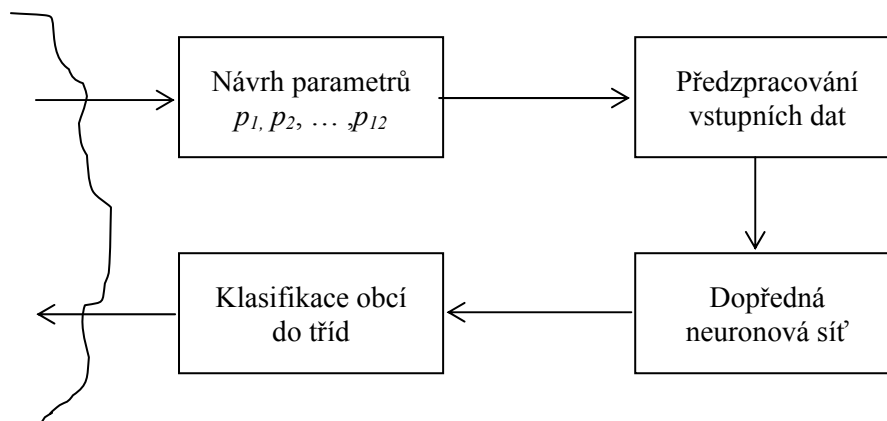
Pro  $n$  obcí  $O_n$  se navržený model dá vyjádřit ve tvaru datové matice

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & p_1 & \dots & p_j & \dots & p_m \\ \begin{array}{l} O_1 \\ \dots \\ O_i \\ \dots \\ O_n \end{array} & \left[ \begin{array}{cccccc} x_{1,1} & \dots & x_{1,j} & \dots & x_{1,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i,1} & \dots & x_{i,j} & \dots & x_{i,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n,1} & \dots & x_{n,j} & \dots & x_{n,m} \end{array} \right. \end{array}$$

kde  $n$  je počet objektů (obcí),  $m$  je počet parametrů,  $x_{ij}$  je hodnota  $j$ -tého parametru  $p_j$  pro  $i$ -tou obec  $O_i, j \in \{1, 2, \dots, 12\}$ .

## 4 Návrh modelu na klasifikaci bonity obcí na bázi učení s učitelem

Pro klasifikaci bonity obcí na bázi učení s učitelem je, mimo jiné, vhodná dopředná neuronová síť [5, 10]. Model na bázi učení s učitelem je znázorněn na obr. 1.



**Obr. 1:** Model na klasifikaci bonity obcí

Model se skládá z návrhu parametrů  $p_1$  až  $p_{12}$  a vstupního vektoru pro rating obcí, který je popsán v předchozí části článku. Další důležitou částí modelu je předzpracování vstupních dat a získání parametru, který udává příslušnost objektu do ratingové třídy. Podle tohoto

parametru se dopředná neuronová síť učí. K získání parametru je nutné využít metod, které zařadí objekty do ratingové třídy bez toho, že je známo do jaké ratingové třídy patří. Jsou to metody s učením bez učitele. Z těchto metod se využívá zejména shluková analýza [9, 12], fuzzy shluková analýza [4] atd. Problematika klasifikace obcí do ratingových tříd pomocí metod s učením bez učitele, je analyzována v [2].

Paradigma neuronové sítě je formulováno pomocí grafovo-teoretického přístupu [5]. Přitom se vychází z analogie s lidským mozkem. Formálně je neuronová síť definovaná jako orientovaný graf [5]  $G = (V, E)$ . Výrazy  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  a  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$  označují neprázdnou vrcholovou množinu, resp. hranovou množinu grafu  $G$  obsahujícího  $N$  vrcholů (neuronů) a  $M$  hran (synapsí). Každá synapse  $e \in E$  se interpretuje jako uspořádaná dvojice dvou neuronů z množiny  $V$ ,  $e = (v, v')$ . Synapse  $e$  začíná v neuronu  $v$  a končí v neuronu  $v'$ . Množina  $V$  je rozložena na disjunktí podmnožiny následujícím způsobem

$$V = V_I \cup V_H \cup V_O, \quad (14)$$

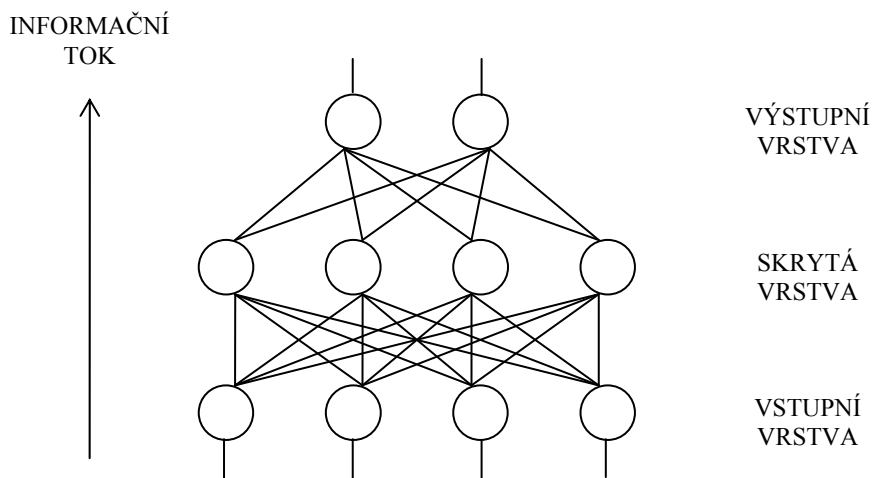
kde  $V_I$  obsahuje  $N_I$  vstupních neuronů, které sousedí jen s vycházejícími synapsemi,  $V_H$  obsahuje  $N_H$  skrytých neuronů, které sousedí současně s vycházejícími jako s vcházejícími synapsemi a  $V_O$  obsahuje  $N_O$  výstupních neuronů, které sousedí jen s vcházejícími synapsemi. V následujících úvahách se bude vždy předpokládat, že množiny  $V_I$  a  $V_O$  jsou neprázdné, tj. neuronová síť obsahuje vždy alespoň jeden vstupní a jeden výstupní neuron. Pro acyklické neuronové sítě [5] mohou být neurony uspořádány do vrstev

$$V = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup \dots \cup L_t, \quad (15)$$

kde  $L_1 = V_I$  je vstupní vrstva (obsahuje pouze vstupní neurony),  $L_2, L_3, \dots, L_{t-1}$  jsou skryté vrstvy a  $L_t$  je výstupní vrstva. Vrstva  $L_i$  (pro  $1 \leq i \leq t$ ) je určena následujícím způsobem

$$L_i = \{v \in V; d(v) = i - 1\}, \quad (16)$$

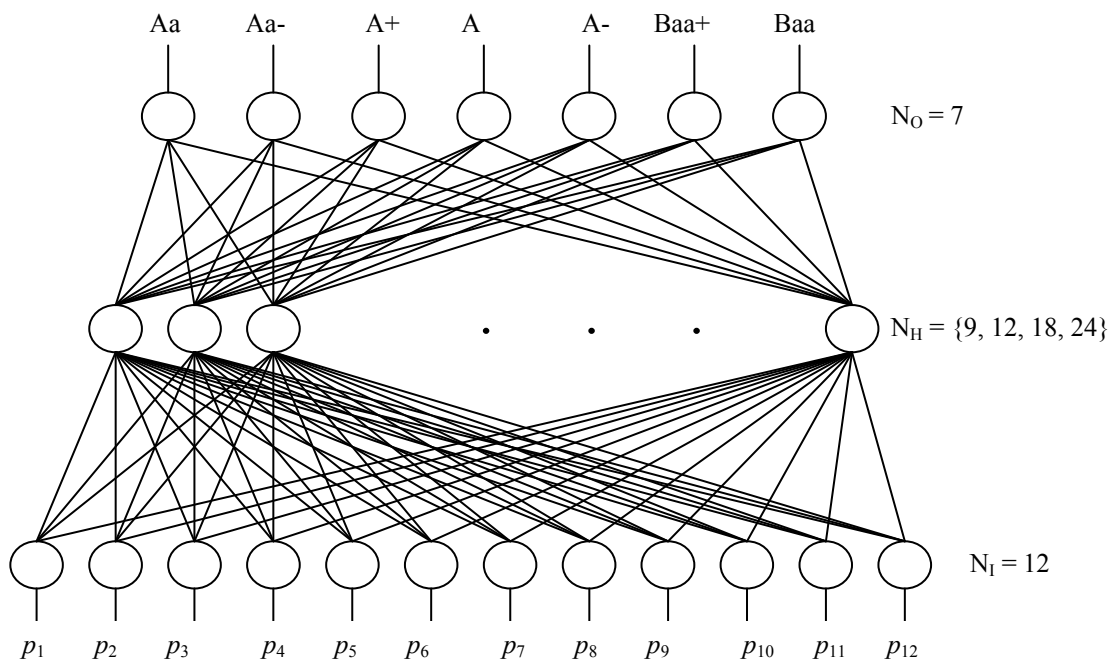
kde vzdálenost  $d(v)$  se rovná délce maximální cesty, která spojuje daný neuron se vstupním neuronem. Potom musí platit  $d(v) = 0$ ,  $v \in V_I$ . Neuronová síť určená acyklickým grafem je obvykle navrhnutá tak, že neurony ze dvou sousedících vrstev jsou pospojované všemi možnými synapsemi. Takovýto rozklad množiny neuronů na vrstvy je možný jen pro neuronové sítě reprezentované acyklickými grafy. Pro cyklické grafy vzdálenost  $d(v)$  může nabývat libovolnou kladnou celočíselnou hodnotu. Uvedené skutečnosti jsou znázorněny na obr. 2.



**Obr. 2:** Znázornění trojvrstvé neuronové sítě s dopředným šířením

Základními stavebními prvky dopředné neuronové sítě jsou neurony a synapse [13]. Neurony představují nelineární, typicky analogové jednotky, které mají málo společného s moderními číslicovými obvody. Úlohou neuronů je agregace signálů ze vstupních synapsí a realizace určené nelineární funkce. Vzhledem k množství neuronů v dopředné neuronové síti musí být realizace této funkce jednoduchá a rychlá. Nejčastějším typem nelinearity je jednotková funkce, prahovací logika a sigmoidální nelinearita. Struktura dopředné neuronové sítě je daná úlohou, kterou realizuje. Když se realizuje jako klasifikátor, potom jsou jednotlivé vstupy zařazeny do tříd, přičemž na výstupu je informace, podle které je vstup zařazen do příslušné třídy [13].

Struktura dopředné neuronové sítě na klasifikaci bonity obcí je již částečně dána navrženým vektorem vstupních parametrů. Vektor parametrů  $p$  obsahuje dvanáct parametrů (parametry  $p_1$  až  $p_{12}$ ) [2], proto má dopředná neuronová síť ve vstupní vrstvě dvanáct neuronů. Počet neuronů ve výstupní vrstvě závisí na počtu ratingových tříd, do kterých se klasifikuje. Ratingových tříd je sedm [2], dopředná neuronová síť na klasifikaci obcí má tedy ve výstupní vrstvě sedm neuronů. Návrh struktury spočívá v návrhu počtu skrytých vrstev a v návrhu počtu neuronů ve skrytých vrstvách. Navržená struktura dopředné neuronové sítě má pouze jednu skrytou vrstvu [5], přičemž existují čtyři varianty této struktury v závislosti na počtu neuronů ve skryté vrstvě. Počty neuronů ve skryté vrstvě jsou zvoleny na devět, dvanáct, osmnáct a čtyřicet. Struktura dopředné neuronové sítě je zobrazena na obr. 3.



**Obr. 3:** Struktura dopředné neuronové sítě na klasifikaci obcí

## 5 Proces učení v dopředné neuronové síti

Učení v dopředné neuronové síti s učitelem se skládá z následující procedury [10]:

- Vstupní vzor je představený síti. Vstup je potom šířen dopředně sítí až do okamžiku, než aktivace dosáhne výstupní vrstvy. Tato fáze se nazývá dopředné šíření signálu.
- Výstup z výstupní vrstvy je porovnáván s učicí hodnotou. Chyba  $\delta_j$  mezi skutečným výstupem  $o_j$  a učicí hodnotou  $t_j$  neuronu  $j$  je užita spolu s výstupem  $o_i$  předchozího neuronu

$i$  k výpočtu změn vah synapsí  $w_{ij}$ . K výpočtu chyb výstupů vnitřních neuronů, pro které není učící vstup dostupný (neuronů ve skrytých vrstvách) se využijí chyby následující vrstvy  $\delta_k$ , které jsou již vypočteny. Tyto chyby jsou zpětně šířeny.

- V průběhu učení jsou, po každém trénovacím vzoru, na síť aplikovány změny vah synapsí  $w_{ij}$ . Změny vah synapsí se pro všechny vzory v trénovacím souboru sčítají a součet všech změn je aplikovaný po jednom cyklu na trénovací soubor.

Nejnámější učící algoritmus, který pracuje popsáním způsobem je Back-propagation [5, 7, 15]. Algoritmus je založen na minimalizaci součtu čtverců chyb s využitím poznatku o průběhu nelineární funkce v neuronech. Požaduje, aby funkce byla spojitá. Učení pomocí algoritmu zpětného šíření chyby požaduje přítomnost učitele. Algoritmus Back-propagation upravuje váhy pomocí zobecněného delta-pravila [10, 11]

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_j o_i, \quad (17)$$

$$\delta_j = \begin{cases} f'_j(\text{net}_j)(t_j - o_j), & \text{když neuron } j \text{ je z výstupní vrstvy,} \\ f'_j(\text{net}_j) \sum_k \delta_k w_{jk}, & \text{když neuron } j \text{ je ze skryté vrstvy,} \end{cases} \quad (18)$$

kde: –  $\eta$  učící faktor (konstantní),  
–  $\delta_j$  chyba výstupu neuronu  $j$ ,  
–  $t_j$  učící hodnota neuronu  $j$ ,  
–  $o_i$  výstup předchozího neuronu  $i$ ,  
–  $i$  index předchůdce neuronu  $j$  se synapsí  $w_{ij}$  z  $i$  do  $j$ ,  
–  $j$  index neuronu  $j$ ,  
–  $k$  index následníka neuronu  $j$  se synapsí  $w_{jk}$  z  $j$  do  $k$ ,  
–  $\text{net}_j$  vstup sítě v neuronu  $j$ .

Existuje celá řada modifikací tohoto algoritmu. Pro modelování bonity obcí je využito učících funkcí Vanilla Back-propagation, Back-propagation Momentum, Quick-propagation atd. Kvalita učení je hodnocena pomocí střední čtvercové odchylky MSE. Tato odchylka se počítá podle vztahu

$$MSE = \frac{\sum_{p \in \text{patterns}} \sum_{j \in \text{output}} (t_{pj} - o_{pj})^2}{n - a}, \quad (19)$$

kde  $t_{pj}$  je výstup procesu učení dopředné neuronové sítě pro neuron  $j$  a vzor  $p$ ,  $o_{pj}$  je skutečný výstup,  $n$  je počet vzorů a  $a$  je počet volných parametrů dopředné neuronové sítě (tj. počet synapsí mezi neurony).

## 6 Analýza výsledků navrhnutého modelu

Výsledky učení dopředné neuronové sítě v závislosti na zvolené struktuře a učící funkci jsou v tab. 2. Učení dopředné neuronové sítě je závislé jak na zvolené učící funkci tak na zvolené struktuře. Zatímco, při užití učící funkce Vanilla Back-propagation s rostoucím počtem neuronů ve skryté vrstvě MSE stoupá, tak při užití zbývajících učících funkcí klesá. Přičemž nejlepších výsledků učení dosahují modely s učící funkcí Quick-propagation (MSE při užití této učící funkce je nejnižší). Pro ohodnocování bonity obcí je nejvhodnější užit dopřednou neuronovou síť se čtyřadvaceti neurony ve skryté vrstvě a učící funkcí Quick-propagation.



**Tab. 2:** MSE navržených modelů

MSE		POČET NEURONŮ VE SKRYTÉ VRSTVĚ			
		9	12	18	24
UČÍCÍ FUNKCE	Vanilla Back-propagation	0.28351	0.26051	0.33183	0.32622
	Back-propagation Momentum	0.43131	0.39767	0.33556	0.30789
	Quick-propagation	0.28514	0.22470	0.17917	0.17904

Na závěr jsou analyzovány výsledky navrženého modelu, s jakou přesností zařazuje jednotlivé objekty do ratingových tříd. Na vstup modelu jsou vkládány všechny klasifikované objekty a je zjišťováno, do jaké ratingové třídy a s jakou odchylkou jsou zařazeny. Odchylka se pohybuje v intervalu (0,1). Zjištěné odchylky jsou rozděleny do šesti intervalů. Do čtyř u objektů zařazených do správné ratingové třídy a do dvou u objektů zařazených do nesprávné ratingové třídy. Z výsledků vyplývá, že navržený model zařadil 89.51 % objektů do správné ratingové třídy a 64.51 % s chybou menší než 0.1. Na druhé straně pouze 10.49 % zařadil do špatné ratingové třídy. Objekty, které jsou zařazeny s chybou větší než 0.5 lze považovat za nezařazené, těchto objektů je 9.15 %. Z toho vyplývá, že klasifikátor je schopen přiřadit objektu ratingovou třídu s chybou menší než 0.5 v 90.85 % případů. V tab. 3 jsou četnosti a procentuální vyjádření zařazení objektů do jednotlivých intervalů podle odchylky.

**Tab. 3:** Rozdělení četností a procentuálního vyjádření odchylek do intervalů

Zařazení do ratingové třídy	Odchylka	Četnosti výskytů	Procentuální vyjádření výskytů
Správná ratingová třída	(0,0.1>	289	64.51 %
	(0.1,0.3>	68	15.18 %
	(0.3,0.5>	30	6.70 %
	(0.5,1)	14	3.12 %
Nesprávná ratingová třída	(0,0.5>	20	4.46 %
	(0.5,1)	27	6.03 %

## 7 Závěr

Článek se zabývá modelováním bonity obcí pomocí dopředných neuronových sítí. Obsahuje návrh vektoru parametrů bonity obcí. Dále obsahuje návrh modelu, pomocí kterého je realizováno ohodnocování bonity obcí. Základem modelu je dopředná neuronová síť, která má několik variant. Tyto varianty jsou verifikovány a jejich kvalita je posuzována podle kritéria MSE u dat v testovací množině. Podle tohoto kritéria dosahují nejlepších výsledků

varianty s učicí funkcí Quick-propagation. Model dopředné neuronové sítě byl realizován v programovém prostředí Stuttgart Neural Network Simulator (SNNS) pod operačním systémem Windows XP.

### **Literatura:**

- [1] BROWN, K. W. The 10-Point Test of Financial Condition: Toward an Easy-to-Use Assessment Tool for Smaller Cities. In *Government Finances Review*, No. 112, (s. 21-26), 1993.
- [2] HÁJEK P., OLEJ V. Modelling Municipal Rating by Cluster Analysis and Neural Networks. In *Proc. of the 7-th WSEAS International Conference on Neural Networks, NN 2006*, (s. 73-78), Cavtat, 2006.
- [3] HEMPEL G. H. Quantitative Borrower Characteristics Associated with Defaults on Municipal General Obligations. In *Journal of Finance*, Vol. 28, No. 2, (s. 523-530), 1973.
- [4] HÖPPNER F., Klawonn F., Kruse R. et. al, Fuzzy Clusters Analysis, Chichester, Wiley, 1999, (289 s.).
- [5] KVASNIČKA V. a kol. Úvod do teorie neuronových sítí. Bratislava, Iris, 1997, (285 s.).
- [6] LIPNICK, L. H., RATTNER, Y., EBRAHIM, L. The Determinants of Municipal Credit Quality. In *Government Finance Review*, No.12, (s. 35-41), 1999.
- [7] LIPPMAN R. P. An Introduction to Computing with Neural Nets. In *IEEE ASSP Magazine*, No. 4, (s. 4-27), 1987.
- [8] LOVISCEK A. L., CROWLEY F. Municipal Bond Ratings and Municipal Debt Management. In *Handbook of Debt Management*, Gerald Miller, ed. Marcel Dekker, (s. 475-514), New York 1996.
- [9] LUKASOVÁ A., ŠARMANOVÁ J. Metody shlukové analýzy. Praha, SNTL, 1985, (210 s.).
- [10] MAŘÍK, V., ŠTĚPÁNOVÁ, O., LAŽANSKÝ, J. a kol. Umělá Inteligence (1). Praha, Academia, 1993, (264 s.).
- [11] MAŘÍK, V., ŠTĚPÁNOVÁ, O., LAŽANSKÝ, J. a kol. Umělá Inteligence (4). Praha, Academia, 2003, (475 s.).
- [12] MELOUN M., MILITKÝ J. Statistická analýza experimentálních dat. Praha, Academia, 2004, (449 s.).
- [13] OLEJ V. Modelovanie ekonomických procesov na báze výpočtovém inteligencie. Hradec Králové, Miloš Vognar-M&V, 2003 (160 s.).
- [14] OLEJ V., HÁJEK P. Modelling Municipal Rating by Unsupervised Methods, In *WSEAS Transactions on Systems*, WSEAS Press, Issue 7, Vol.5, (s. 1679-1686), 2006.
- [15] SWIATNICKI Z., WANTOCH-REKOWSKI R. Neural Network: Introduction. Warszawa. Dom Wydawniczy Bellona, 1999.

### **Kontaktní adresy:**

Ing. Martin Vomočil, Ing. Petr Hájek, Ph.D., prof. Ing. Vladimír Olej, CSc.  
Ústav systémového inženýrství a informatiky  
Fakulta ekonomicko-správní  
Univerzita Pardubice  
Studentská 84, 532 10 Pardubice  
mvomocil@seznam.cz, Petr.Hajek@upce.cz, Vladimír.Olej@upce.cz  
tel. 466036075, 466036074, 466036004