

## MOŽNOSTI MODELOVÁNÍ TORZNÍHO SYSTÉMU POHONU HNACÍHO VOZIDLA

Michael LATA

Katedra dopravních prostředků

### 1. Úvod

Dynamické děje, vznikající v torzní soustavě pohonu – zde se omezíme na elektrický přenos výkonu v individuálním uspořádání pohonu dvojkolí, je potřebné poznat v celé jejich šíři a souvislostech. Jsou totiž spjaty s těmito praktickými a důležitými okruhy problematiky:

- maximalizace využití výkonu vozidla v oblasti meze adheze v konečném důsledku související s dokonalým protiskluzovým zařízením,
- minimalizace dynamických interakčních účinků nevypružených hmot na trať,
- minimální přenos dynamických účinků na ostatní komponenty vozidla,
- zjištění zatížení jednotlivých vazeb a jejich dimenzování,
- optimalizace hmotnostních parametrů a parametrů vazeb, a další.

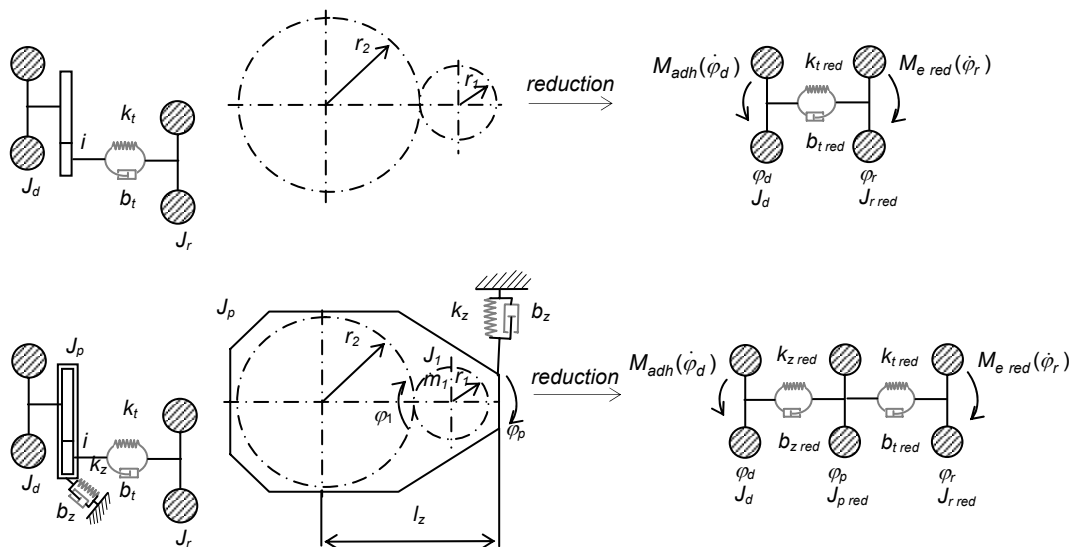
Nedílnou součástí základního a z něho odvíjejícího se aplikovaného výzkumu je vedle experimentů v této oblasti také modelování a simulační výpočty, a to v těchto dvou rovinách:

- časové simulace přechodových dějů torzních kmitů při různých alternativách vstupních parametrů a studium jejich vlivu na vzniklé děje,
- řešení ve frekvenční oblasti - modální analýza po částech linearizovaného modelu.

## 2. Model torzního systému pohonu a simulace v časové oblasti

Torzní soustava pohonu hnacího vozidla je obecně tvořena několika hmotami, propojenými vazbami kinematickými, pružnými a tlumicími. Konkrétní konfigurace modelu je závislá na konkrétním konstrukčním typu pohonu. Vzniká tak možnost variací jednotlivých typů případně jejich srovnání. Komplexnost modelu by vyžadovala zahrnutí těchto vlivů: relativní pohyby skříň – podvozek – dvojkolí a jejich silové účinky na pohon, dynamika převodové skříňě, vůle v ozubení (nelinearita), vliv okamžité změny svislé kolové síly vlivem nerovnosti trati, regulační či antiskluzový mechanismus, přesný popis vlivu elektrické části pohonu, atd. Avšak pro prvotní poznání dějů, vznikajících v okamžiku vzniku a zániku prokluzu, je naopak účelné nezahrnovat do modelu nerovnosti trati ani vazby na dynamiku ostatních částí vozidla. To by mohlo totiž zkreslit interpretaci výsledků. Teprve po prozkoumání základních vlastností těchto jevů bude možné model rozšiřovat. Rotační hmoty představují dvojkolí, převodovku, spojku, rotor trakčního motoru, případně, atd. Lze např. modelovat nesymetrický pohon se zohledněním kmitání kola proti kolu (wheel to wheel). Protože hmoty nepůsobí na společné ose, je vhodné při sestavování pohybových rovnic provádět redukce (obr. 1) parametrů.

Zde jsou uvedeny dva základní modely (obr. 1): 2-hmotový (dvojkolí-rotor), 3-hmotový (dvojkolí-převodovka-rotor). Největší význam v torzním systému pohonu má dvojkolí, rotor a převodovka, vázaná k rámu podvozku.



**Obr. 1** 2-hmotový a 3-hmotový model torzního systému, redukce na jednu osu rotace

**Fig. 1** 2-masses and 3-masses model of torsional systém, reduction on once rotation axes

Na soustavu působí z jedné strany (rotor) hnací moment, z druhé strany (dvojkolí) adhezní moment. Hnací moment, působící na rotor lze vyjádřit nelineárně nebo jako závislost linearizovanou v okolí pracovního bodu. Potom sklon této přímky charakterizuje

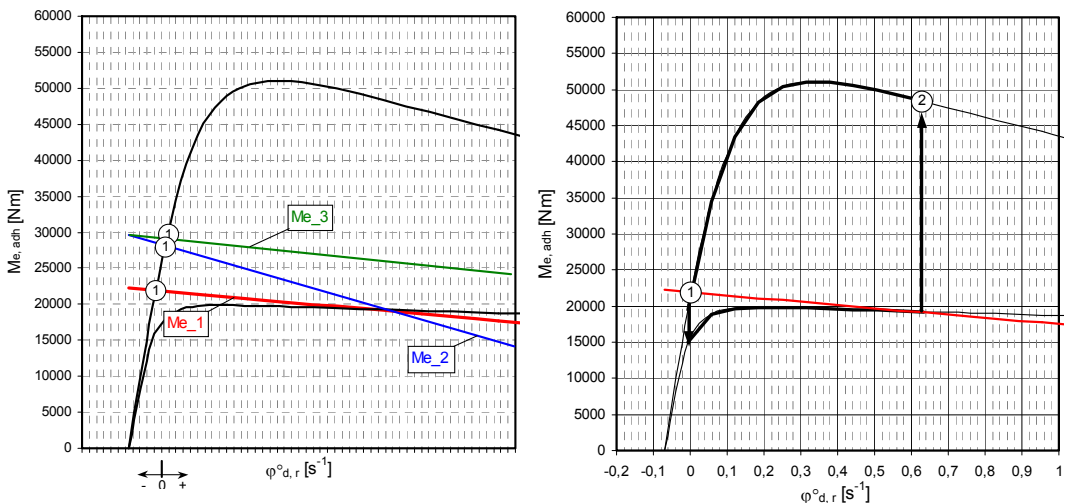
Michael Lata:

typ konkrétního elektrického stroje. Hlavní myšlenka, jak simulovat okamžik změny adhezních podmínek a vznik, průběh a zánik vzniklého prokluzu, je v jistém časovém okamžiku simulace záměrný přechod na jiné adhezní podmínky a následný návrat na původní charakteristiku (obr. 2.b), body 1 a 2. Momenty TM jsou redukovány na osu dvojkolí přes převodový poměr  $i$ . Převodový poměr je volen  $i = 3,62$  (podle materiálů ŠKODA – ř.69E – 362,363, r.v.1990). Charakteristika motoru je ve tvaru  $M_e = f(\dot{\varphi}_r)$  jako funkce dynamické složky okamžité úhlové rychlosti rotoru. Z následujících obrázků je patrné, že v prvním pracovním bodě, je při ustáleném režimu při jisté rychlosti jízdy (a při neuvažování žádného jiného buzení)  $\varphi_r = 0$  a  $\varphi_d = 0$ , ve shodě např. s [5]. Teprve po změně, vyvolané přechodem do jiného pracovního bodu, se systém rozkmitá a dojde k přechodovému ději. Rovnice pro tři zvolené a zde ukázané režimy spolupráce (obr. 2.a) nevjadřují zde momenty konkrétních reálných typů motorů, ale jsou modelově voleny tak, aby vystihovaly tři typy spolupráce: podkritickou ( $M_{e\_1}$ ), podkritickou – se strmostí volenou tak, aby bylo dosaženo stavu blížícího se meznímu cyklu ( $M_{e\_2}$ ) viz. obr. 5, a nadkritickou ( $M_{e\_3}$ ). Momenty vzhledem k ose rotace dvojkolí jsou vyjádřeny těmito rovnicemi:

$$M_{e\_1} = (6000 - 1200 \cdot \dot{\varphi}_r) \cdot i, \quad (1)$$

$$M_{e\_2} = (8000 - 4500 \cdot \dot{\varphi}_r) \cdot i, \quad (2)$$

$$M_{e\_3} = (8000 - 1200 \cdot \dot{\varphi}_r) \cdot i. \quad (3)$$

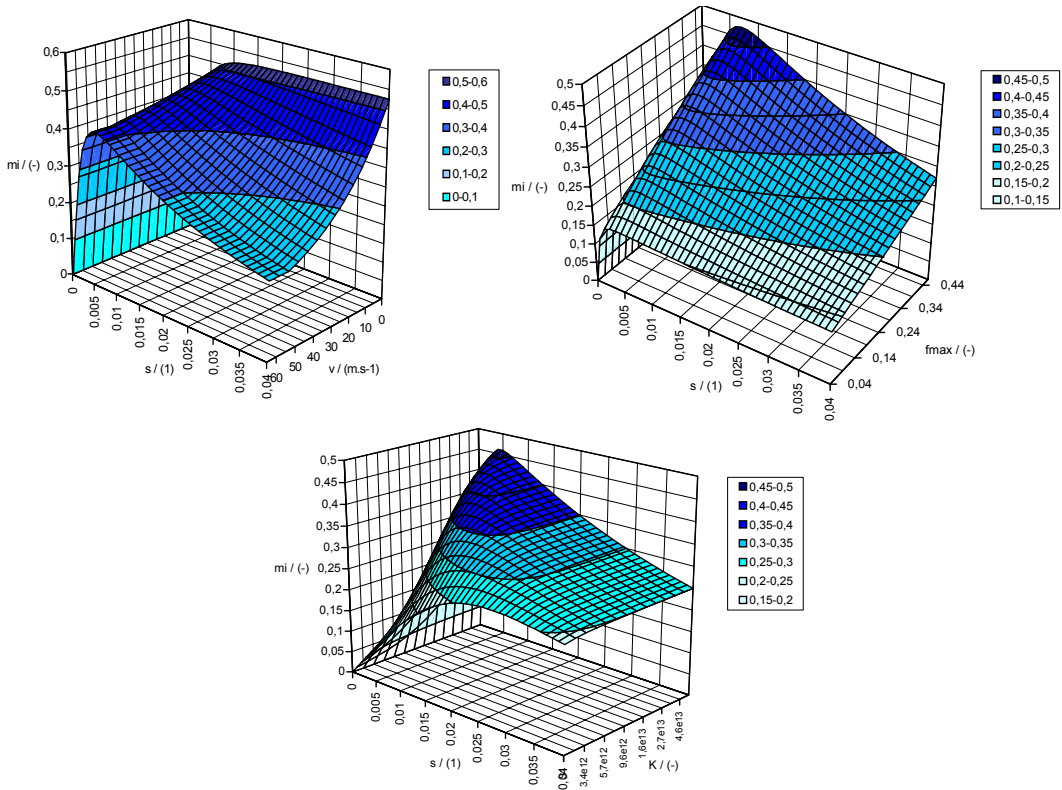


**Obr. 2a, 2b** Spolupráce charakteristiky momentu motoru s adhezní charakteristikou

**Fig. 2a, 2b** Cooperation of drive moment and adhesion moment characteristics

Pro okamžité hodnoty součinitele adheze  $\mu$  a součinitele tření  $f$  byl použit model [2], pouze pro podélný směr s předpokladem, že příčné skluzu nemají na torzní dynamiku pohonu výraznější vliv. Adhezní charakteristika je zde pojata jako moment, působící na osu

dvojkolí, jako funkce dynamické složky úhlové rychlosti dvojkolí. Pro výchozí pracovní bod (označený jako 1) je tedy ve shodě s obr. 2a  $\varphi_d = 0$ .



**Obr. 3** Závislosti tvaru adhezních charakteristik na rychlosti, součiniteli tření a strmosti  
**Fig. 3** Dependence of adhesive characteristics on speed, friction coefficient and steepness

Adhezní moment, působící na dvojkolí:

$$M_{adh} = f(\dot{\varphi}_d), \tag{4}$$

$$M_{adh} = 2 \cdot Q \cdot \mu(\dot{\varphi}_d) \cdot r_d, \tag{5}$$

kde:

Q.....svislá kolová síla,

$r_d$ .....poloměr kola.

Okamžitý součinitel adheze  $\mu$ , počítaný v každém iteračním kroku, podle [2]:

$$\mu = \frac{2}{\pi} \cdot f \cdot \left\{ \arctg\left(\frac{s}{\rho \cdot f}\right) + \frac{\frac{s}{\rho \cdot f}}{1 + \left(\frac{s}{\rho \cdot f}\right)^2} \right\}, \tag{6}$$

kde:

$$s = \frac{\dot{\varphi}_d \cdot r_d}{v} \dots\dots\dots \text{relativní skluz,}$$

$$\rho = \frac{p_{\max}}{a \cdot K},$$

$$f = f_{\max} \cdot \exp(0,75 \cdot \dot{\varphi}_d \cdot r_d) + 0,125 \dots \text{okamžitý součinitel tření,}$$

$f_{\max}$  ..... maximální součinitel tření,

$v$  ..... dopředná rychlost jízdy,

$p_{\max}$  ..... maximální normálový tlak ve stykové ploše,

$a$  ..... hlavní poloosa dotykové elipsy,

$K$  ..... konstanta styku pružných povrchů.

Závislost tvaru adhezních charakteristik na rychlosti jízdy, součiniteli tření a proměnné strmosti, podle vztahu (6), je na *obr. 3*. Ve zjednodušeném pojetí uvažujeme konstantní kolovou sílu a konstantní rozměry dotykové elipsy. Přesnější je ovšem v každém iteračním kroku počítat okamžité hodnoty - rovněž v tomto směru může být model po otestování rozšířen.

Pohybové rovnice pro 2-hmotové uspořádání, sestavené metodou uvolnění:

$$I_d \cdot \ddot{\varphi}_d = M_{rd} - M_{adh}, \quad (7)$$

$$I_r \cdot \ddot{\varphi}_r = M_{dr} + M_e. \quad (8)$$

Momenty ve visko-elastické vazbě:

$$M_{dr} = b_{dr} \cdot \dot{r}_{dr} + k_{dr} \cdot r_{dr}, \quad (9)$$

$$M_{rd} = -M_{dr}. \quad (10)$$

Deformace vazby (11) a rychlost deformace (12):

$$r_{dr} = \varphi_d - \varphi_r, \quad (11)$$

$$\dot{r}_{dr} = \dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_r. \quad (12)$$

V případě 3-hmotového modelu (*obr. 1*) se jedná o rotor – nápravovou převodovku, vázanou k rámu podvozku – a dvojkolí. Všechny momenty setrvačnosti budou redukovány na společnou osu rotace, v tomto případě dvojkolí. Hmotný moment setrvačnosti převodovky, vztažený k těžišti bude redukován k ose rotace – zde osa dvojkolí, podobně i tuhost a tlumení v závěsce. Do výsledného momentu setrvačnosti převodovky je možno redukovat pastorek. V tomto případě pro sestavení pohybových rovnic použijeme tvar Lagrangeovy rovnice II. druhu (16), kde  $q_j$  je obecná souřadnice a  $M_{sj}$  jsou v tomto případě vnější momenty působící na soustavu, tedy v našem případě  $M_e$  a  $M_{adh}$ .

Platí kinematická vazba planetového pohybu převodovky s pastorkem kolem osy dvojkolí, vyjádřená vztahy (13), (14), (15).

$$\varphi_1 r_1 = \varphi_p (r_1 + r_2), \quad \dot{\varphi}_1 r_1 = \dot{\varphi}_p (r_1 + r_2), \quad \ddot{\varphi}_1 r_1 = \ddot{\varphi}_p (r_1 + r_2), \quad (13), (14), (15)$$

kde  $\varphi_1$  je souřadnice pootočení pastorku a  $\varphi_p$  je souřadnice pootočení převodovky.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = M_{sj}. \quad (16)$$

Kinetická energie  $T$ , potenciální energie  $V$  a Rayleighova disipativní funkce  $D$  jsou:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} I_p \dot{\varphi}_p^2 + \frac{1}{2} m_1 (r_1 + r_2)^2 \dot{\varphi}_p^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_d \dot{\varphi}_d^2 + \frac{1}{2} I_r \dot{\varphi}_r^2 = \\ &= \frac{1}{2} I_p \dot{\varphi}_p^2 + \frac{1}{2} m_1 (r_1 + r_2)^2 \dot{\varphi}_p^2 + \frac{1}{2} I_1 \left( \frac{r_1 + r_2}{r_1} \right)^2 \dot{\varphi}_p^2 + \frac{1}{2} I_d \dot{\varphi}_d^2 + \frac{1}{2} I_r \dot{\varphi}_r^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$V = \frac{1}{2} k_z l^2 (\varphi_p - \varphi_d)^2 + \frac{1}{2} k_t (\varphi_r - \varphi_p)^2, \quad (18)$$

$$D = \frac{1}{2} b_z l_z^2 (\dot{\varphi}_p - \dot{\varphi}_d)^2 + \frac{1}{2} b_t (\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_p)^2. \quad (19)$$

Po provedení příslušných derivací podle jednotlivých souřadnic budou pohybové rovnice ve shodě s (obr. 1):

$$I_d \cdot \ddot{\varphi}_d = -b_z \cdot l_z^2 \cdot \dot{r}_{dp} - k_z \cdot l_z^2 \cdot r_{dp} - M_{adh}, \quad (20)$$

$$\left[ I_p + \left( m_1 + \frac{I_1}{r_1^2} \right) \cdot (r_1 + r_2)^2 \right] \cdot \ddot{\varphi}_p = b_z \cdot l_z^2 \cdot \dot{r}_{dp} + k_z \cdot l_z^2 \cdot r_{dp} - b_t \cdot \dot{r}_{pr} - k_t \cdot r_{pr}, \quad (21)$$

$$I_r \cdot \ddot{\varphi}_r = b_t \cdot \dot{r}_{pr} + k_t \cdot r_{pr} + M_e. \quad (22)$$

Momenty ve vazbách:

$$M_{dp} = b_z \cdot l_z^2 \cdot \dot{r}_{dp} + k_z \cdot l_z^2 \cdot r_{dp}, \quad (23)$$

$$M_{pd} = -M_{dp}, \quad (24)$$

$$M_{pr} = b_t \cdot \dot{r}_{pr} + k_t \cdot r_{pr}, \quad (25)$$

$$M_{rp} = -M_{pr}. \quad (26)$$

Deformace vazeb a rychlosti deformací:

$$r_{dp} = \varphi_d - \varphi_p, \quad \dot{r}_{dp} = \dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_p, \quad (27)$$

$$r_{pr} = \varphi_p - \varphi_r, \quad \dot{r}_{pr} = \dot{\varphi}_p - \dot{\varphi}_r. \quad (28)$$

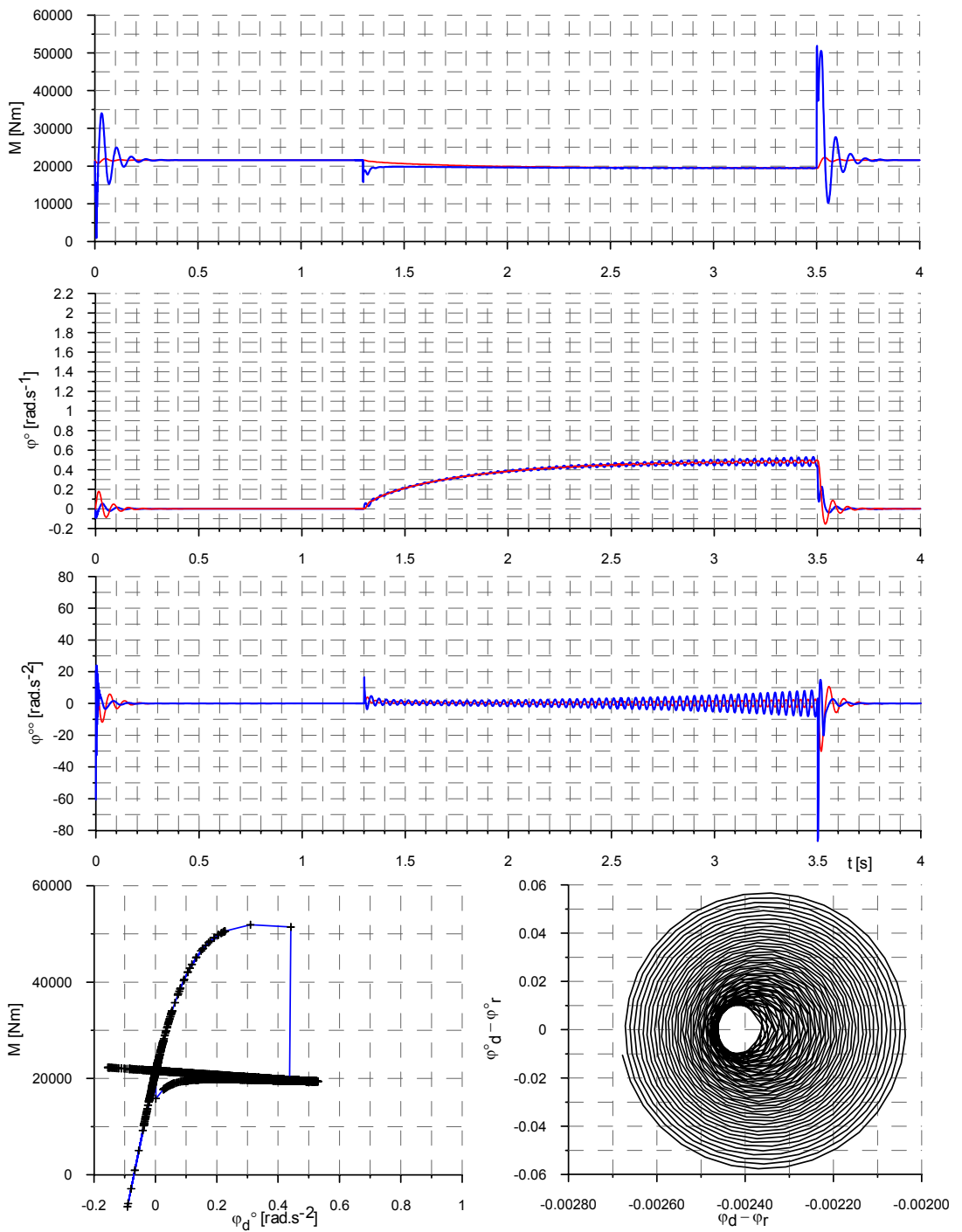
Hodnoty souřadnic a rychlostí pro  $j$ -tou hmotu a pro  $i$ -tý iterační krok jsou při použití simulační metody konečných diferencí algoritimizovány:

$$\varphi_j [i] = 2 \cdot \varphi_j [i-1] - \varphi_j [i-2] + \ddot{\varphi}_j [i-1] \cdot \Delta t^2, \quad (29)$$

$$\dot{\varphi}_j [i] = \frac{\varphi_j [i-2] + 3 \cdot \varphi_j [i] - 4 \cdot \varphi_j [i-1]}{2 \cdot \Delta t}. \quad (30)$$

Vstupní data momentů setrvačností, tuhostí a konstant tlumení, které se podařilo zjistit, byly použity ze zdrojů ŠKODA pro loko 69E (ř.362, 363, r.v. 1990), některé parametry, jako např. charakteristiky trakčních motorů byly odhadnuty tak, aby bylo možno nasimulovat žádané přechodové děje a neodpovídají zřejmě charakteristikám konkrétních typů motorů. Význam tohoto přístupu je ověřit mechanismus vzniklých přechodových dějů a otestovat metodiku modelování s tím, že v dalším řešení této problematiky budou charakteristiky motoru upřesněny a zrealizovány. Adhezní charakteristiky mají sklon negativní části odpovídající  $140 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , iterační krok  $0,001 \text{ s}$ . Záměrně v těchto poměrně jednoduchých modelech nebyla zohledněna regulace, protiskluzová ochrana, nerovnosti koleje ani vazby na další hmoty vozidla (zejména svislé vazby na podvozek – i když ta bude mít zřejmě na torzní dynamiku podstatný vliv), zde se rovněž předpokládá další rozšíření. Na obrázcích (*obr. 4, obr. 5 a obr. 6*) jsou znázorněny průběhy momentů, úhlových rychlostí a zrychlení rotoru a dvojkolí, graf pracovních bodů spolupráce charakteristik a fázový diagram amplitud dvojkolí pro interval  $(1,3 \div 3,5) \text{ s}$ . Tenkou čarou jsou nakresleny průběhy veličin rotoru a silnější pro dvojkolí.

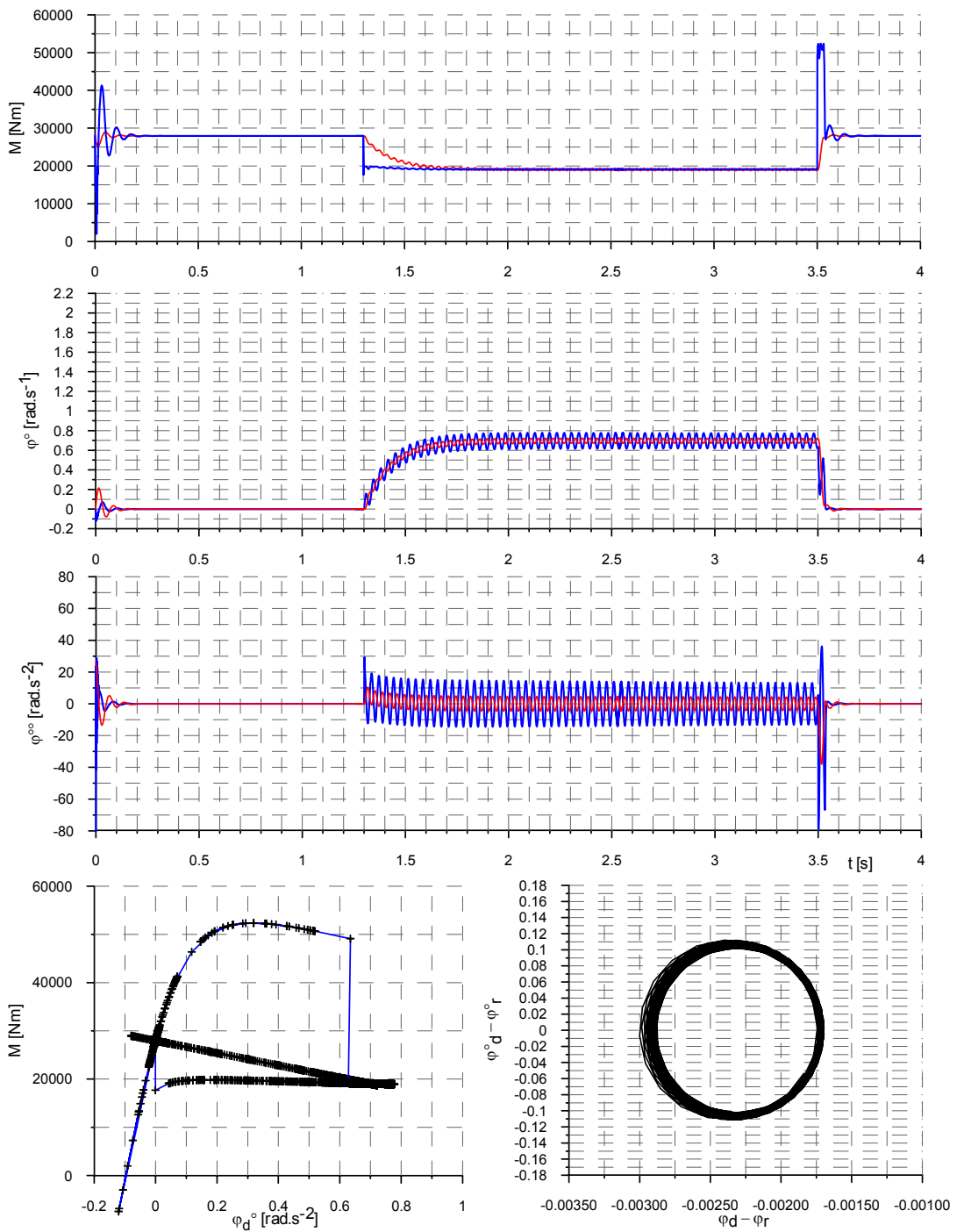
První případ (*obr. 4*) charakterizuje situaci pro sklon momentové křivky 1., kdy křivka momentu motoru prochází novou adhezní charakteristikou v nestabilní části, tedy v oblasti prokluzu. Začátek přechodového děje začíná pohybem z bodu 1 – první singulární bod stavu soustavy - na charakteristiku druhou, do její negativní části – kde lze očekávat vznik samobuzených kmitů. Při vhodném tlumení se i v této oblasti kmitání utlumí a soustava přejde konvergentně do jiného singulárního bodu. Při nedostatečném tlumení v soustavě by teoreticky mohlo dojít i k divergenci (*obr. 7*). Prakticky však jsou otáčky dvojkolí i kotvy motoru omezeny technicky. Dále je simulován návrat na původní charakteristiku přes bod 2. Zajímavé je, že tento okamžik představuje pro soustavu ráz (tento jev byl zjištěn také např. v [5]), který způsobí poměrně velkou amplitudu zrychlení, která je však velmi rychle utlumena, neboť se již nacházíme ve stabilní oblasti obou charakteristik. Tento jev je v literatuře někdy popisován jako „zahryznutí“ charakteristik. Od  $1,3 \text{ s}$  dochází k růstu amplitudy samobuzených kmitů, které v této oblasti jednoznačně vznikají, a to s frekvencí kolem  $29 \text{ Hz}$  (což mimo jiné i koresponduje s řešením ve frekvenční oblasti). Ve spodní části obrázku je z pracovních charakteristik patrné, jak dojde k znovuzachycení vzniklého prokluzu po návratu na původní charakteristiku. Rychlosti a zrychlení se přibližně v intervalu  $(3,5 \div 3,7) \text{ s}$  utlumí. Fázový diagram (který je v tomto případě vykreslen pouze



**Obr. 4** Průběhy výstupních veličin pro případ 1

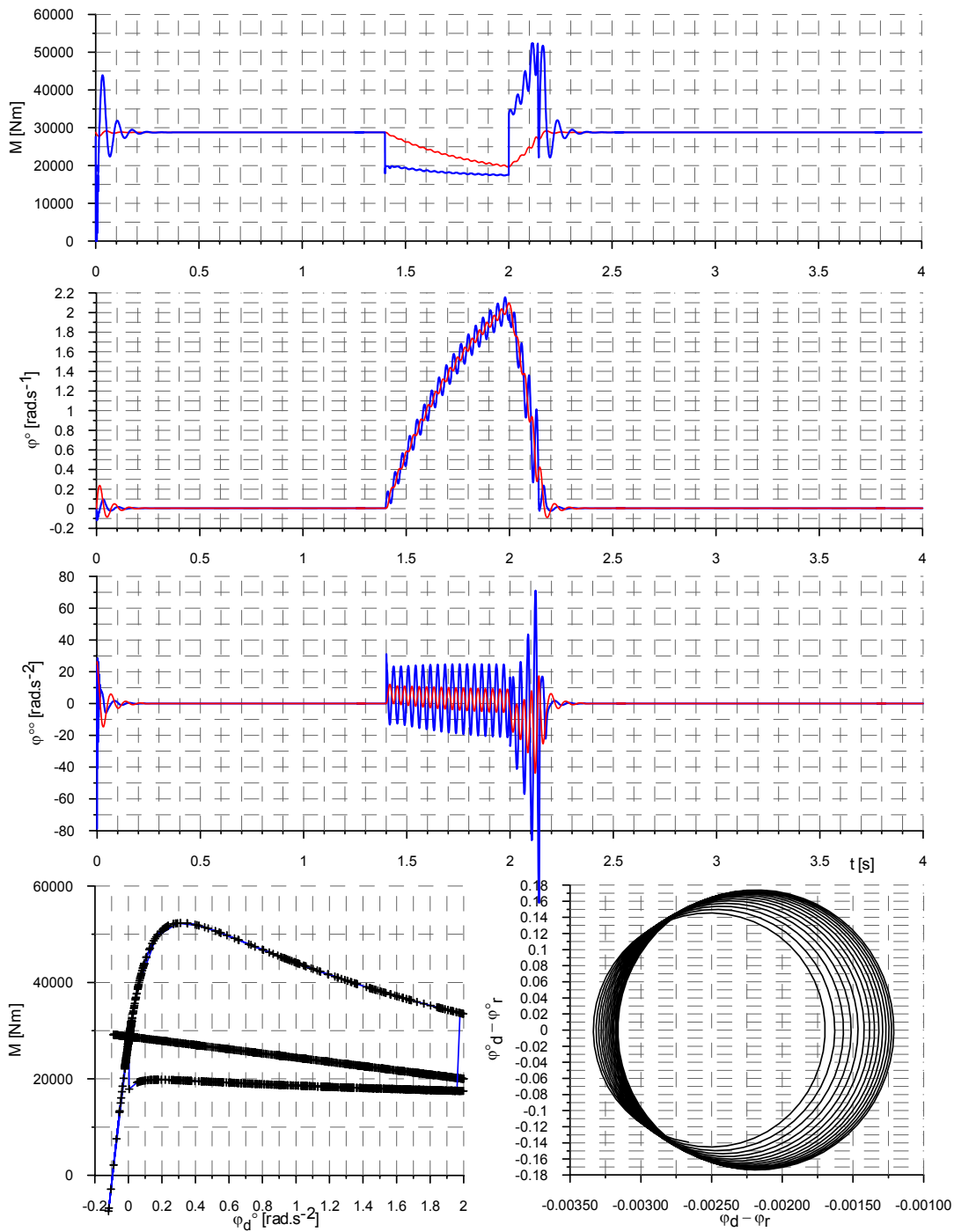
**Fig. 4** Course of output quantities in case 1





**Obr. 5** Průběhy výstupních veličin pro případ 2

**Fig. 5** Course of output quantities in case 2

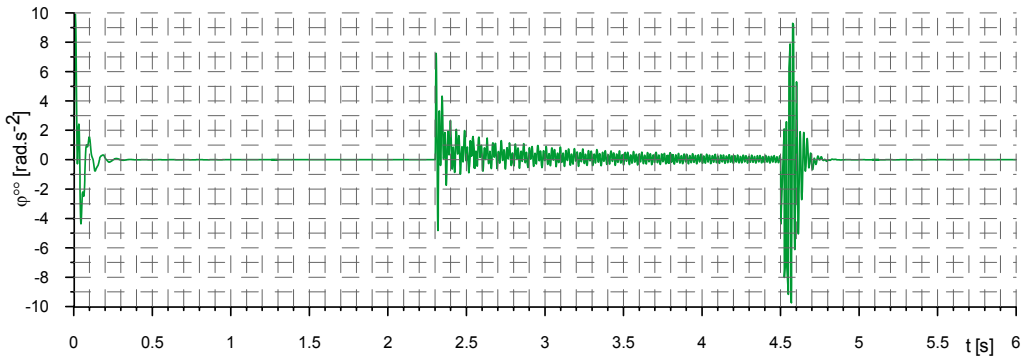


**Obr. 6** Průběhy výstupních veličin pro případ 3

**Fig. 6** Course of output quantities in case 3

pro časový interval trvání prokluzu) pak ukazuje rozvíjení se amplitudy vzniklých samobuzených kmitů. Na dalším obrázku (*obr. 5*) je uveden případ 2., kdy charakteristika motoru má strmější průběh. Ten je pro tento případ zvolen záměrně tak, aby bylo možné nasimulovat stav blížící se kmitání v tzv. mezním cyklu, kdy se amplituda ustálí na jisté hodnotě a dále neroste. Jde tedy o tzv. asymptotickou stabilitu. Lze se domnívat, že tento stav je mezní a nabízí se tudíž možnost zabývat se kombinací podmínek, za kterých vzniká.

Případ 3. (*obr. 6*) tvoří tzv. nadkritická spolupráce charakteristik, tedy stav, kdy charakteristika motoru má poměrně malou strmost, je položena nad adhezní křivkou tak, že ji neprotíná ani ve stabilní, ani v nestabilní oblasti. Zde byl ve 2 s simulován návrat na charakteristiku původní. Z průběhu rychlostí i zrychlení je patrný vývoj jejich středních hodnot a zachycení prokluzu s následným utlumením amplitud po návratu na původní adhezní charakteristiku. Amplitudy rychlostí i zrychlení (bez ohledu na růst střední hodnoty – který zde již v podstatě znamená plné „protočení“ dvojkolí) se výrazně nezvětšují, což je v důsledku existence dostatečného tlumení v soustavě.



**Obr. 7** Úhlové zrychlení převodovky v případě 3-hmotového modelu

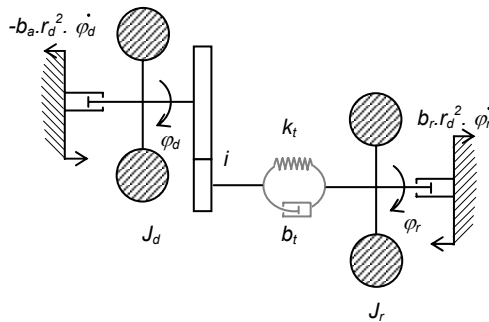
**Fig. 7** Angular acceleration of gearbox in case 3-masses model

Na *obr. 7* je znázorněna ukázka zrychlení převodovky a jeho vývoj v oblasti simulovaného prokluzu (2,3-4,5) s, v případě 3-hmotového modelu. V tomto článku kvůli omezení rozsahu neuvádíme hodnoty vstupních parametrů momentů setrvačností, tuhostí a tlumení ve vazbách pro jednotlivé simulace. Amplituda i frekvence průběhu zrychlení se v oblasti prokluzu jednoznačně odlišují. Nabízí se zde myšlenka identifikace okamžiku začátku prokluzu na základě změny charakteru přenosových veličin např. v závěsu převodové skříně. Zde se opět naskýtá prostor pro další zkoumání vlivu vstupních parametrů na tento jev a z toho plynoucí praktické důsledky a možnosti pro praxi.

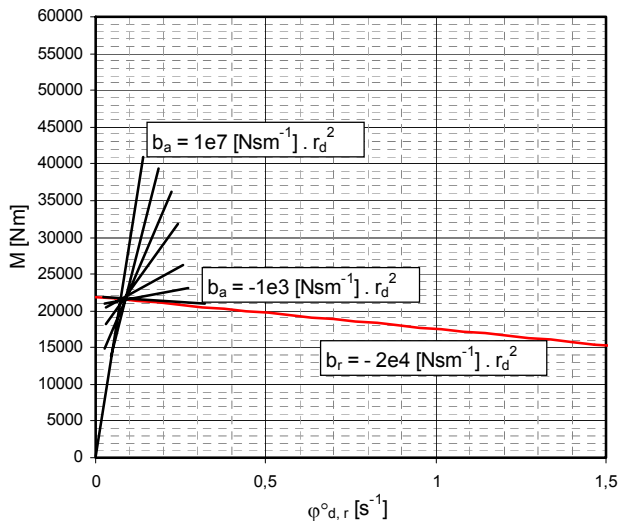
### 3. Řešení ve frekvenční oblasti

Za účelem modální analýzy je potřebné model linearizovat – po částech, v okolí pracovních bodů. To se týká konkrétně adhezní charakteristiky [1]. S výhodou lze využít toho, že jestliže jak moment motoru tak i adhezní moment jsou funkcemi úhlových rychlostí, pak

mohou být nahrazeny tlumících vazeb s konstantami tlumení  $b_a$  a  $b_r$  (obr. 8). Je možné celé řešení iteračně provést pro jistý interval měněného parametru, pak jsou výsledkem vícedimenzionální výstupy – plochy.



**Obr. 8** 2-hmotová soustava pro řešení ve frekvenční oblasti  
**Fig. 8** 2-masses system for solving in frequency areas



**Obr. 9** Postupná linearizace adhezní charakteristiky  
**Fig. 9** Gradual linearization of adhesive characteristics

Konstanta tlumení  $b_r$ , představující strmost tečny charakteristiky motoru v pracovním bodě může být brána jako konstanta. Konstantu tlumení  $b_a$ , představující strmost charakteristiky, je nutno iterovat ve výpočtu od vysokých hodnot vzestupné větve ( $1.10^7$ ) až do záporné části ( $-2.10^4$ ), viz. obr. 9. Byl sestaven program, hledající vlastní čísla matice systému. Homogenní soustava rovnic má tvar:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\varphi} + \mathbf{B} \cdot \dot{\varphi} + \mathbf{K} \cdot \varphi = \mathbf{0} . \quad (31)$$

$$\text{Systém má řešení, jestliže determinant } \det \left| \lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A} \right| = 0 . \quad (32)$$

Kde:

- $\mathbf{E}$  .....jednotková matice,
- $(\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}, \lambda_N)$ .....vlastní čísla,
- $N = 2.n$ ..... $n$  - počet stupňů volnosti systému.

Matice  $\mathbf{A}$  je definovaná:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Jsou hledána vlastní čísla této matice. Zde byly aplikovány již hotové algoritmy, vypracované v [3]. Postup je takový, že se nejdříve matice  $\mathbf{A}$  v obecném tvaru (nesymetrická) převede na matici symetrickou, dále pak za použití QR-algoritmu na tvar (36). QR-algoritmus (terminologie viz. [8]) spočívá v rozkladu matice  $\mathbf{A}$  na součin unitární matice  $\mathbf{Q}$  a trojúhelníkové matice  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{R}. \quad (34)$$

Algoritmus probíhá v  $(k+1)$ -kroku podle vztahů:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{Q}_k \cdot \mathbf{R}_k \\ \mathbf{A}_{k+1} &= \mathbf{Q}_k^H \cdot \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{Q}_k = \mathbf{R}_k \cdot \mathbf{Q}_k \end{aligned} \quad (35)$$

$$\mathbf{R}_k \square \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \lambda_N & x & . & . & x \\ 0 & \lambda_{N-1} & x & . & . \\ . & 0 & . & x & . \\ . & . & 0 & . & x \\ 0 & . & . & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

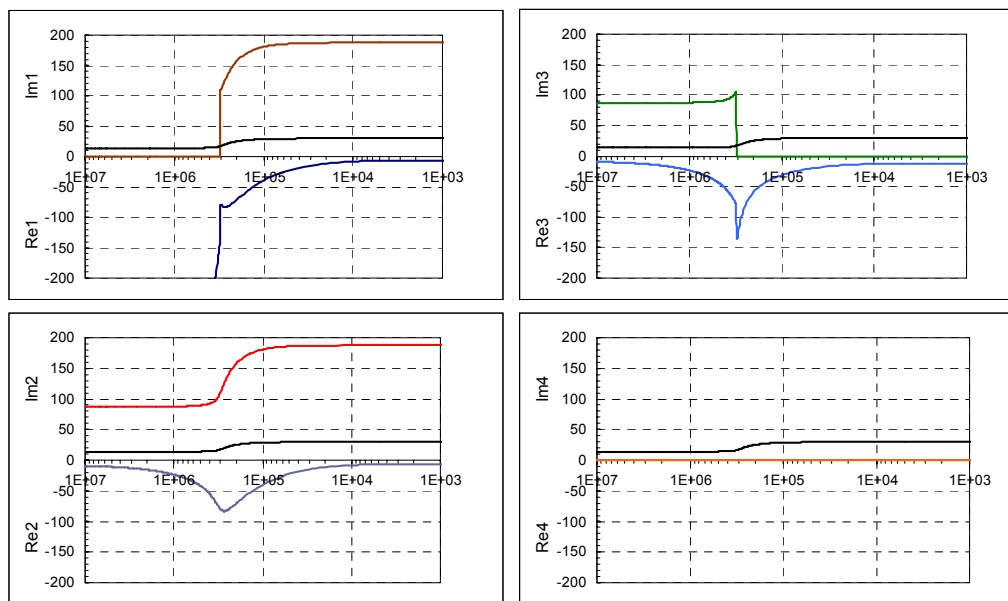
Matice  $\mathbf{Q}_k^H$  je matice hermiteovskly sdružená (tj. transponovaná a komplexně sdružená) k matici  $\mathbf{Q}_k$ . Vlastní čísla jsou po proběhnutí iteračního algoritmu uspořádány v hlavní diagonále matice  $\mathbf{R}_k \cong \mathbf{A}_k$  a to v neklesající posloupnosti a 2-násobku počtu stupňů volnosti. Jsou komplexně sdružená a mají tvar  $\lambda_j = Re \pm i.Im$ . Reálná část reprezentuje tlumící a imaginární část kmitavou složku děje. Průběhy těchto složek dovolují detailně posoudit rovněž stabilitu soustavy, oblasti „přelazení“ soustavy a vliv jednotlivých vstupních veličin na tyto jevy. Variací hodnot jednotlivých vstupních parametrů, které je možno iteračně simulovat v určitých intervalech je možno získat prostorové charakteristiky, dávající informaci o vlivu těchto parametrů.

Interpretace těchto hodnot je např. podle [6] následující:

1.  $\lambda_j = Re$  ..... monotónní pohyb,
- $Re < 0$  ..... stabilní,
- $Re > 0$  ..... nestabilní.

2.  $\lambda_j = Re \pm i.Im$  ... kmitavý pohyb,  
 Re < 0 ..... stabilní tlumený,  
 Re > 0 ..... nestabilní pohyb,  
 Re = 0 ..... netlumený kmitavý pohyb.

Na obr. 10 jsou znázorněny průběhy jednotlivých kořenů vlastních čísel systému, s iteračně měněnou hodnotou náhradní (po částech linearizované) konstantě tlumení  $b_a$ . Je z nich patrné, že ve shodě se závěry [1] dochází k přeladění vlastních frekvencí soustavy (zde je lze získat přepočtem z kořene  $Im2$  a jsou pro orientaci vykresleny ve všech 4 grafech) dochází před vrcholem adhezní charakteristiky. Ten je charakterizován  $b_a = 0$ . Průběh reálných kořenů  $Re1$  a  $Re3$  nasvědčuje, že na začátku pásma přelazení dochází ke vzrůstu stability soustavy – zvýší se totiž v poměrně úzkém pásmu jejich záporná hodnota. Dále pak hodnota reálných kořenů konverguje k nule, v místě, kde protnou osu do kladných hodnot dochází ke ztrátě stability. Tato hodnota odpovídá  $b_a$  kolem  $-1,44 \cdot 10^4$ . Protože osy s logaritmickou stupnicí nedovolují vykreslovat záporné hodnoty, je zde tato část průběhu znázorněna v ose s desetinnou stupnicí ve vhodném zvětšení, viz. obr. 11.

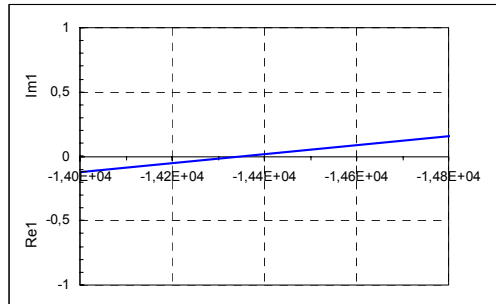


**Obr. 10** Průběhy kořenů vlastních hodnot 2-hmotové soustavy v závislosti na  $b_a$   
**Fig. 10** Courses of eigenvalue roots of 2-mass system dependent on  $b_a$

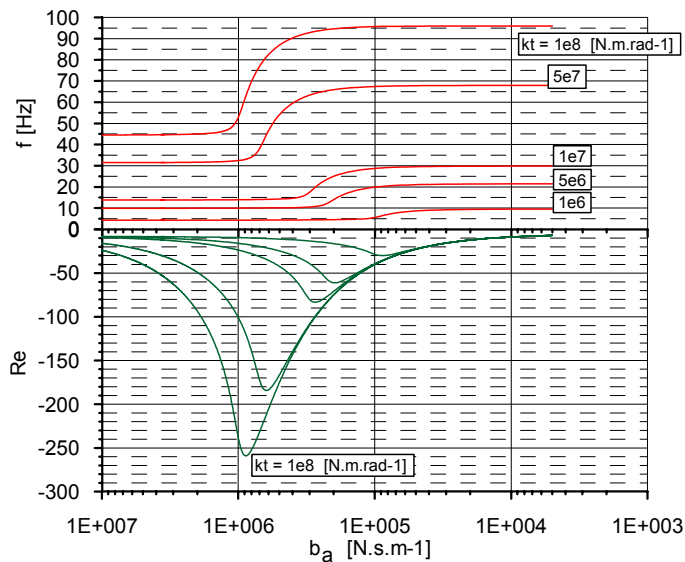
Je možno zkoumat průběhy kořenů vlastních hodnot soustavy v závislosti na měněných parametrech. Například na obr. 12 jsou průběhy  $Re1$  a  $f$ [Hz] pro měněnou tuhost  $k_t$  v rozsahu  $5 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^8$  N.s.m<sup>-1</sup>. Poznamenejme, že hodnota této tuhosti pro lokomotivy ŠKODA je 9673550 N.s.m<sup>-1</sup> – odpovídá tedy přibližně průběhu  $1 \cdot 10^7$  – viz. obr. 12 a obr. 13. Se vzrůstající hodnotou  $k_t$  se posouvá hranice přeladění soustavy zpět, tedy k vyšší hodnotě

Michael Lata:

strmosti adhezní křivky, což je nepříznivé. Tomu odpovídá i průběh  $Re1$ . Avšak na druhé straně značně vysoká záporná hodnota  $Re1$  v začátku pásma přeladění je pro vyšší tuhosti příznivější. Patrně to znamená lepší schopnost zahryznutí se do nové adhezní charakteristiky. Na tomto příkladě tedy vidíme, jaké jsou možnosti takového posuzování a že by mohly zřejmě vyústit do praktických optimalizací parametrů dynamického systému. Na obr. 13 jsou znázorněny prostorové charakteristiky pro měněnou tuhost odpovídající obr. 12.



**Obr. 11** Kořen  $Re1$  protíná osu – ztráta stability soustavy  
**Fig. 11** Root  $Re1$  crossing axes - system stability damage

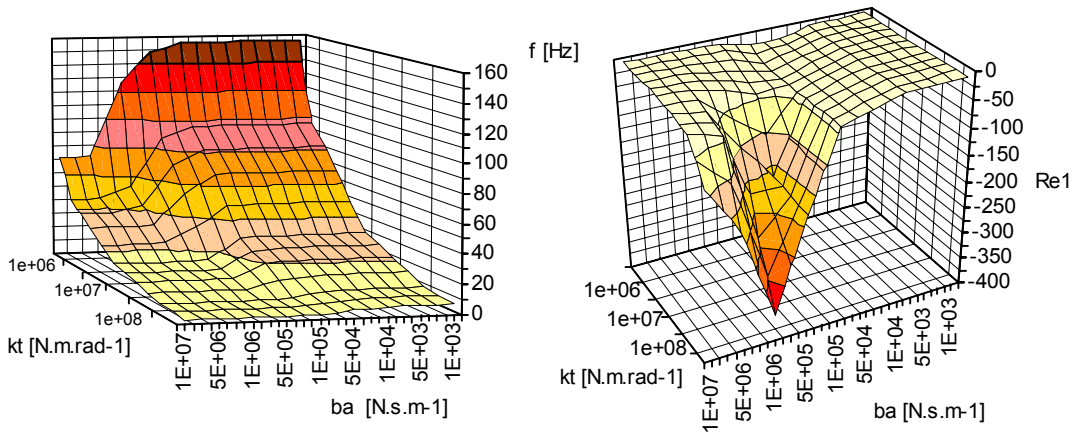


**Obr. 12** Ukázka průběhů kořene  $Re1$  a vlastní frekvence pro měněný parametr tuhosti  $k_t$   
**Fig. 12** Exhibit of root  $Re1$  course and eigenfrequency for stiffness parameter  $k_t$  change

#### 4. Závěr

V příspěvku bylo naznačeno, že v časové oblasti řešení problematiky torzního kmitání pohonu je možno řešit spolupráci charakteristiky motoru s adhezní charakteristikou, podmínky vzniku samobuzeného kmitání, amplitudy výchylek, rychlostí a zrychlení jakožto i deformace a namáhání jednotlivých vazeb, jako funkce velikosti

vstupních parametrů. Šíře a složitost problematiky je dána začleněním dalších vlivů – dynamiky celého vozidla, či proměnné funkce charakteristiky motoru (odezva elektrické části motoru a regulace). Ve frekvenční oblasti je možno zkoumat oblasti přeladění soustavy, hranice stability soustavy, průběhy jednotlivých kořenů vlastních čísel i u více-motových modelů. Detailní poznání problematiky torzního kmitání pohonu dovoluje optimalizovat hmotnostní, tuhostní a tlumicí parametry, dimenzovat jednotlivé namáhané členy, porovnávat konkrétní konstrukční řešení, zabývat se minimalizací silové interakce s tratí, případně navrhovat regulační systémy k maximálnímu využití výkonu vozidla.



**Obr. 13** Ukázka průběhů kořene  $Re1$  a vlastní frekvence jako vícerozměrných funkcí  
**Fig. 13** Exhibit of root  $Re1$  course and eigenfrequency as multidimension function

Příspěvek vznikl v souvislosti s řešením grantové úlohy GAČR 101/98/0246 „Optimalizace a součinnost brzdových systémů kolejových vozidel“.

Lektoroval: Doc. Ing. Daniel Kalinčák, PhD.

Předloženo: 28.3.2003

#### Literatura

1. ČÁP J. *Otázka pevné a volné vazby kola s kolejnicí*. Železniční technika, 176-178. 21/(1991). 625.2.012.3:625.143.
2. ČÁP J. *Některé otázky vztahu třecí a adhezni charakteristiky ve styku kola s kolejnicí*. Železniční technika, 66-69.18/(1988). ISSN 1210-3942.
3. PRESS W. H., FLANNERY B. P., TEUKOLSKY S. A., VETTERLING W. T. *Numerical Recipes in Pascal*. Cambridge University Press (1989). ISBN 0-521-37516.
4. LATA M. *The dynamics of locomotive individual drive torsional system*. 18. International Colloquium „Advanced manufacturing and repair technologies in vehicle industry“. 20.-22.5.2001, Dresden, Deutschland. 71-76. (2001) ISSN 1433-4135.
5. ZAHŘÁDKA J. *Dynamika pohonu nápravy při překročení meze adheze*. Technické zprávy ČKD. 22-37. 4/(1976).

Michael Lata:



6. KOLÁŘ J. *Výpočetní metody navrhování kolejových vozidel*. ČVUT Praha, 1995. ISBN 80-01-01190-9.
7. *Interakce dopravních prostředků a dopravní cesty*. Institucionální výzkum DFJP UPa, MŠMT J15/98:255100002. 1998-2003. Zpráva za rok 2002, Oblast vozidel, s.13-21.
8. JULIŠ K., BREPTA R. a kol. *Mechanika II.díl. Dynamika. Technická průvodce 66*. SNTL Praha (1987). ISBN 04-220-87.

## Resumé

### MOŽNOSTI MODELOVÁNÍ TORZNÍHO SYSTÉMU POHONU HNACÍHO VOZIDLA

Michael LATA

Článek se zabývá modelováním torzní soustavy pohonu hnacího vozidla. Popisuje dynamický model a jeho řešení ve dvou rovinách: časové a frekvenční. Časové simulace zkoumají přechodové děje torzních kmitů při různých alternativách spolupráce charakteristiky motoru s adhezí charakteristikou. Frekvenční oblast představuje modální analýzu linearizovaného modelu.

## Summary

### THE POSSIBILITY OF MODELING OF TORSION DRIVE SYSTEM OF DRIVING VEHICLES

Michael LATA

This paper shortly behind possibility and method simulation torsional system electric drive locomotives with individual drive layout. Chances of exploitation at research problem adhesion, fitness characteristics motor, election and harmonize inertial, tune harmonize stiffness and damping parameter torsional system. Is effected computing examples.

Relates nearly with problems cooperation engine characteristics with adhesive characteristics, with optimalization harmonize parameters whole torsional system and with minimisation dynamic effects on vehicle and rail.

In problems we can approach several ways:

- simulate calculation solving deviations, speeds, acceleration and interactive forces for single masse in time areas - solving equation system e.g. final difference method,
- frequency analysis - solving eigenvalues problem.

The diagram torsional system drive locomotives is state on Fig. 1. Single masses are linked elastic and damping structure nonlinear, or lineared. Wheelset is on rail adhesive bindings. Here's necessity know real adhesive characteristics. On armature (rotor) motor reacts at his dynamic deviation torque reaction, which is given characteristic real motor. According to constructional drive layout and demand on accuracy it is possible speculate about according to Fig. 1 - two-mass system wheelset - motor armature, mutually joinder reduced stiffness and damping, as far as is in system next constructional element with bigger mass and inertial effects, get past use three-mass, or more-mass model. A influence of transmiss box, clutch or hollow shaft, or combinations, is concerned according to construction concrete drive. In model is necessity use reduction dynamic parameter single masses on one rotation axis. At our case it is possible reduce on axis wheelset.

Equation for three election and here shown cooperation modes (Fig. 2.b), they are (1), (2), (3) and adhesive model according to [2] was (4), (5) and (6). How can simulate self-

excitation oscillating? It is the base idea: system work in work point 1. Is changed other adhesive characteristics at certain time interval. Come to rise of self-excitation oscillating. System returns on original characteristics over point 2 into point 1. 3 variation driving moment characteristics was simulation:  $Me_1$ ,  $Me_2$ ,  $Me_3$ . The curves of drive moment are linearized. The curves has different steepness.

Kinetic equation for 2-mass form (Fig. 1) they have form (7), (8). Equation (9), (10) shape moments in bindings, (11) bindings deformation and (12) velocity of bindings deformation.

Kinetic equation for 3-mass form, they have form (20), (21), (22).

It was indication at papers, that in time areas solving problems of torsional oscillating of drive the cooperation of engine characteristics with adhesive characteristics, conditions of rise of self-excitation oscillating, value of amplitude of yaw, at a speed and acceleration as also deformation and stress single bindings, as function sizes of input parameter, can be solve. Breadth and complication of problems is given by incorporation by other influence - dynamism whole conveyances, or variable function of engine characteristics (regulation). Solving record they are presentation on Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6.

It can be inquire into areas system retune, limits system stability, course of single rootage of eigenvalue numbers and near multimasses models, in frequency areas. Detailed knowledge of problems of torsional oscillating drive allow optimisation of mass, stiffness and damping parameters, dimension in singles effortful member, compare of concrete constructional solving, deal with minimisation tonic interaction with track, if need be design for regulation systems to maximum exploitation vehicle power. Solving record they are presentation on Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13. Introduced procedure makes it possible judge drive in relation to adhesion. Retune frequency happen before peak adhesive characteristics.

Detailed knowledge of problems of drive torsional oscillating allow:

- optimised of mass, stiffness and damping parameters of torsional system,
- dimension in singles effortful member,
- compare of concrete solving of drive constructions,
- deal with minimisation tonic interaction with track,
- if need be design for non-slip regulation systems to maximum exploitation of vehicle power.

## **Zusammenfassung**

### **MODELLIERUNGSMÖGLICHKEITEN DER TORSIONSSYSTEM DES TRIEBFAHRZEUGANTRIEBS**

Michael LATA

Der Artikel beschäftigt sich mit der Modellierung der Torsionssystem des Triebfahrzeugantriebs. Es wird ein dynamisches Modell und seine Lösung in zwei Ebenen und zwar in Zeit- und Frequenzebene beschreibt. Zeitsimulationen untersuchen Übergangszustände der Torsionsschwingungen bei verschiedenen Alternativen der Zusammenwirkung der Motor- und Adhäsionskennlinien. Der Frequenzbereich stellt Modalanalyse des linearisierten Fahrzeugmodells vor.